සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය	-	මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம்	-	10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time	-	10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

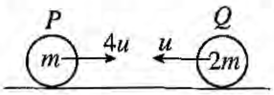
සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

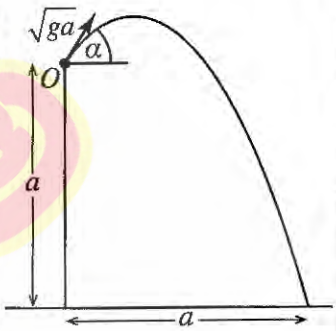
A කොටස

1. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය $2m$ වූ Q අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙළින් $4u$ හා u වේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{4}{5}$ වේ. ගැටුමෙන් පසු P හා Q අංශු එකිනෙකට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වන බව පෙන්වන්න.



ගැටුමෙන් පසු P හා Q එකිනෙකට a දුරකින් පිහිටීම සඳහා ගතවන කාලය සොයන්න.

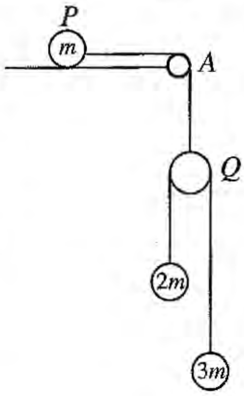
2. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, තිරස් ගෙබිමක සිට a සිරස් දුරකින් වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට $\sqrt{ga}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් හා තිරසට $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව, O සිට a තිරස් දුරකින් ගෙබිම හා ගැටේ. $\tan\alpha = 1+\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.



[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

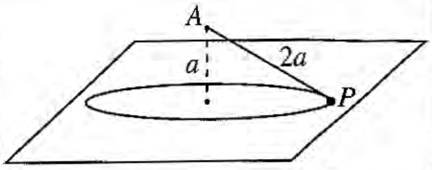
විභාග අංකය							

3. සුමට තිරස් මේසයක් මත ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තබා, එය මේසයේ දාරයෙහි වූ A ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇති අචල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් සුමට සැහැල්ලු Q කප්පියකට සම්බන්ධ කර ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, Q කප්පිය මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ස්කන්ධ $2m$ හා $3m$ වන අංශු සම්බන්ධ කර ඇත. අංශු හා තන්තු සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තු තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. Q හි ත්වරණය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



4. ස්කන්ධය M kg වූ කාරයක් තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{20}\right)$ ක ආනතියක් සහිත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ ඉහළට නියත ත්වරණයකින් ගමන් කරයි. එහි චලිතයට R N නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එහි වේගය 36 km h^{-1} සිට 72 km h^{-1} දක්වා වැඩි කිරීමට කාරය ගමන් කළ දුර 500 m වේ. එහි වේගය 54 km h^{-1} වන විටදී කාරය යෙදූ ජවය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.

[හතරවැනි පිටුව බලන්න.



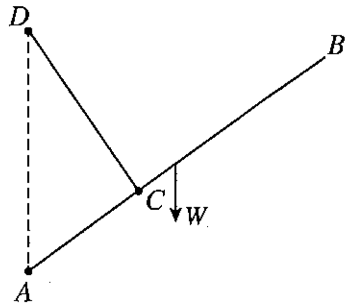
5. දිග $2a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක සිට a සිරස් දුරක් ඉහළින් වූ A අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ඈඳා ඇති ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, තන්තුව තදව ඇතිව $\sqrt{\frac{ga}{2}}$ ඒකාකාර වේගයෙන් තිරස් වෘත්තයක මේසය මත චලනය වේ (රූපය බලන්න). මේසය මගින් P මත ඇති කරන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{5}{6}\,mg$ බව පෙන්වන්න.

6. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\mathbf{i}-3\mathbf{j}$ හා $\mathbf{i}-2\mathbf{j}$ වේ. $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}$ භාවිතයෙන්, $O\hat{A}B$ සොයන්න.

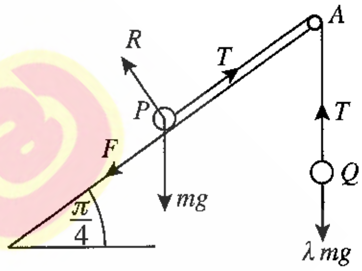
C යනු OA මත $O\hat{C}B=\frac{\pi}{2}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ සොයන්න.

[පස්වැනි පිටුව බලන්න.

7. දිග $8a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක, එහි A කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. දිග $4a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් දණ්ඩ මත $AC = 3a$ වන පරිදි වූ C ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර A ට සිරස්ව ඉහළින් $AD = 5a$ වන පරිදි වූ D අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත (රූපය බලන්න). දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ පවතී. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{16}{15}W$ බව පෙන්වන්න.
A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් සංරචකය ද සොයන්න.



8. තිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තබා ඇත. රූපයෙහි දක්වා ඇති පරිදි, ආනත තලයේ දාරයට A හි දී සවිකර ඇති අචල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් P අංශුවට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය λmg වූ Q අංශුවකට ද ඈඳා ඇත. P අංශුව හා ආනත තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. PA රේඛාව, ආනත තලයේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වන අතර තන්තුව තදව ඇතිව P හා Q අංශු දෙක සමතුලිතතාවයේ පවතී.
$\frac{1}{2\sqrt{2}} \leq \lambda \leq \frac{3}{2\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න. (අදාළ බල රූපයෙහි ලකුණු කර ඇත.)



[හයවැනි පිටුව බලන්න.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

9. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක **ස්වායත්ත** සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A)=\frac{1}{5}$ හා $P(B)=\frac{3}{4}$ බව දී ඇත. $P(A\cup B)$, $P(A|A\cup B)$ හා $P(B|A')$ සොයන්න; මෙහි A' මගින් A හි අනුපූරක සිද්ධිය දැක්වේ.

10. ධන නිඛිලමය නිරීක්ෂණ පහක කුලකයක මධ්‍යන්‍යය 6 ද පරාසය 10 ද වේ. එයට මාතයන් දෙකක් ඇත. මධ්‍යස්ථය, මාතයන්ගෙන් වෙනස් වේ නම්, නිරීක්ෂණ පහ සොයන්න.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (*a*) P අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට සිරස්ව උඩු අතට u m s^{-1} ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබ තත්පර 4 කට පසුව A ලක්ෂ්‍යයක් වෙත ළඟා වන අතර, තවත් තත්පර 2 කට පසුව නැවත A වෙත පැමිණෙයි. P අංශුව දෙවනවරට A හි ඇති මොහොතේදී තවත් Q අංශුවක් O හි සිට සිරස්ව උඩු අතට එම u m s^{-1} ප්‍රවේගයෙන්ම ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එකම රූපසටහනක, P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

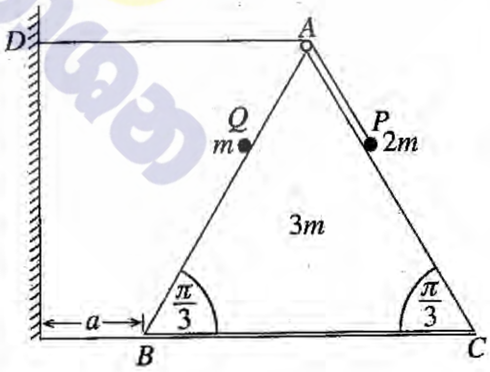
ඒ නයින්, g ඇසුරෙන් u හි අගය ද OA හි උස ද, P සමග ගැටීමට Q ගන්නා කාලය ද සොයන්න.

(*b*) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව u km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතකදී, S වලින් d km දුරක් නැගෙනහිරින් P බෝට්ටුවක් පිහිටන අතර S වලින් $\sqrt{3}\,d$ km දුරක් දකුණෙන් වෙනත් Q බෝට්ටුවක් පිහිටයි. P බෝට්ටුව, පොළොවට සාපේක්ෂව $2u$ km h^{-1} ක ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක, S අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරන අතර Q බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $3u$ km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක P අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරයි.

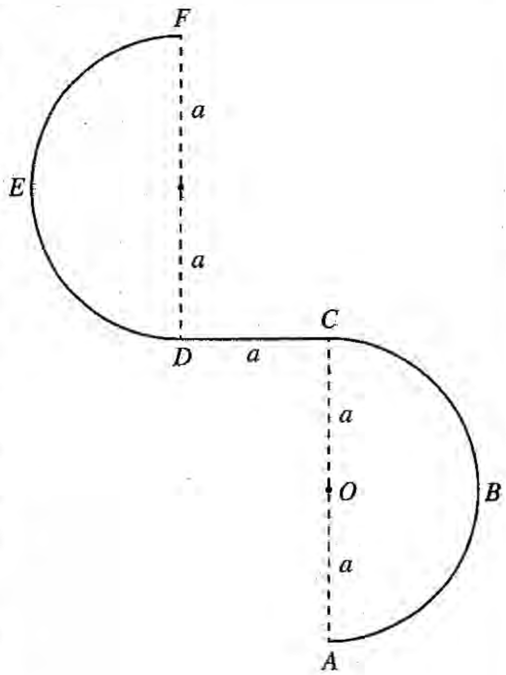
(i) P බෝට්ටුවට, S නැව අල්ලා ගැනීමට ගතවන කාලය $\dfrac{d}{\sqrt{3}u}$ h බව ද

(ii) Q බෝට්ටුව P බෝට්ටුව අල්ලා ගැනීමට පෙර P බෝට්ටුව S නැව අල්ලා ගන්නා බව ද පෙන්වන්න.

12. (*a*) රූපයෙහි ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය, $AB = BC = AC = 6a$ ද වන, BC අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබන ලද ස්කන්ධය $3m$ වන සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. AB හා AC රේඛා, ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ. D ලක්ෂ්‍යය, AD තිරස් වන පරිදි ABC තලයෙහි කුඤ්ඤයෙහි B ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට a දුරකින් වූ සිරස් බිත්තිය මත වූ අචල ලක්ෂ්‍යයකි. A හි සවිකර ඇති කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන දිග $5a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් AC මත තැබූ ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවකට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර බිත්තිය මත වූ අචල D ලක්ෂ්‍යයට සවිකර ඇත. ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවක් AB මත අල්වා තබා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, $AP = AQ = a$ ලෙස ඇතිව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. කුඤ්ඤය බිත්තියෙහි ගැටෙන මොහොතෙහිදී කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව Q හි ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



(*b*) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, *ABCDEF* තුනී කම්බියක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත. *ABC* කොටස, කේන්ද්‍රය *O* හා අරය *a* වූ තුනී **සුමට** අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් වේ. *CD* කොටස, දිග *a* වූ තුනී **රළු** තිරස් කම්බියක් වේ. *DEF* කොටස ද අරය *a* වූ තුනී **සුමට** අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් වේ. *AC* හා *DF* විෂ්කම්භ සිරස් වේ. ස්කන්ධය *m* වූ කුඩා සුමට *P* පබලුවක් *A* හි තබා තිරස්ව $u\left(>3\sqrt{ag}\right)$ ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිය දිගේ චලිතය ආරම්භ කරයි. පබලුවෙහි *C* සිට *D* දක්වා චලිතය තුළ පබලුව මත කම්බිය මගින් ඇති කරන ඝර්ෂණ බලයේ විශාලත්වය $\frac{1}{2}mg$ බව දී ඇත.

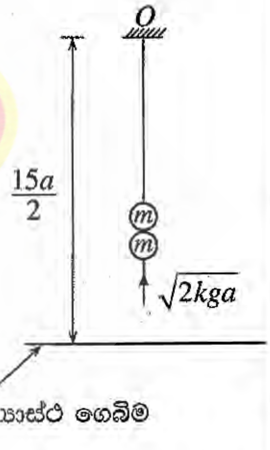


P පබලුවෙහි *A* සිට *C* දක්වා චලිතය තුළ $\overrightarrow{OA}$ සමග $\theta\ (0 \le \theta \le \pi)$ කෝණයක් $\overrightarrow{OP}$ සාදන විට එහි *v* වේගය $v^2 = u^2 - 2ag(1 - \cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

F හිදී කම්බිය හැරයාමට මොහොතකට පෙර *P* පබලුවේ *w* වේගය $w^2 = u^2 - 9ag$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේදී කම්බිය මගින් *P* පබලුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

13. ස්වභාවික දිග $4a$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල *O* ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය *m* වූ *P* අංශුවකට ද ඇඳා ඇත. අංශුව *O* ට $5a$ දුරක් පහළින් සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, ස්කන්ධය *m* වූ වෙනත් *Q* අංශුවක් සිරස්ව ඉහළට ගමන් කර *P* සමග ගැටී හාවී *R* සංයුක්ත අංශුවක් සාදයි. *P* අංශුව සමග ගැටීමට මොහොතකට පෙර *Q* අංශුවේ වේගය $\sqrt{2kga}$ වේ. *R* චලිතවීමට පටන් ගන්නා ප්‍රවේගය සොයන්න.



තන්තුව නොබුරුල්ව ඇතිව පසුව සිදුවන චලිතයේදී *R* සංයුක්ත අංශුවට *O* සිට දුර වන *x* යන්න $\ddot{x} + \frac{g}{2a}(x - 6a) = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

$X = x - 6a$ ලෙස ලියමින්, $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{2a}}$ වේ.

ඉහත සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය ද, $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් *c* විස්තාරය ද සොයන්න.

$k > 3$ නම් තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න.

දැන්, $k = 8$ යැයි ගනිමු. *P* හා *Q* අංශු හාවූ මොහොතේ සිට *O* ලක්ෂ්‍යයට $\frac{15}{2}a$ දුරක් පහළින් වූ **අප්‍රත්‍යාස්ථ තිරස් ගෙබිමක** ගැටීමට *R* සංයුක්ත අංශුව ගන්නා කාලය සොයන්න.

R සංයුක්ත අංශුව ගෙබිම සමග ගැටුණු පසු ළඟා වන උපරිම උස ද සොයන්න.

[නවවැනි පිටුව බලන්න.

14. (*a*) **a** හා **b** ශූන්‍ය නොවන හා සමාන්තර නොවන දෛශික යැයි ද $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු.

$\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b} = \mathbf{0}$ නම්, $\lambda = 0$ හා $\mu = 0$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D ද CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E ද වේ. AE (දික්කළ) හා BC රේඛා F හි දී හමුවේ. $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$ හා $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$ යැයි ගනිමු. ත්‍රිකෝණ ආකලන නියමය භාවිතයෙන් $\overrightarrow{AE} = \dfrac{\mathbf{a}+2\mathbf{b}}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$\overrightarrow{AF} = \alpha\overrightarrow{AE}$ හා $\overrightarrow{CF} = \beta\overrightarrow{CB}$ වන්නේ ඇයි දැයි පැහැදිලි කරන්න; මෙහි $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ වේ.

ACF ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන් $(\alpha - 4\beta)\mathbf{a} + 2(\alpha + 2\beta - 2)\mathbf{b} = \mathbf{0}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, α හා β හි අගයන් සොයන්න.

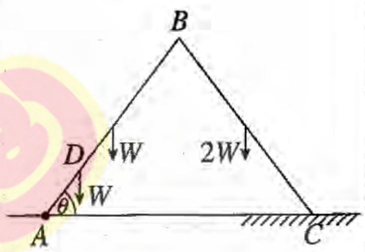
(*b*) ABC යනු පැත්තක දිග $2a$ වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D, E, F යනු පිළිවෙළින් AB, BC හා AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු. විශාලත්ව $2P, \sqrt{3}P, 2\sqrt{3}P$ හා αP වූ බල පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{DC}$ හා $\overrightarrow{BC}$ දිගේ ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය, $\overrightarrow{AC}$ ට සමාන්තරව ක්‍රියාකරන බව දී ඇත. α හි අගය සොයන්න.

බල පද්ධතිය, A හරහා ක්‍රියාකරන විශාලත්වය R වූ තනි බලයකට හා විශාලත්වය G වූ යුග්මයක් සමගින් තුල්‍ය වේ. R හා G හි අගයන් සොයන්න.

මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව ලියා දක්වා සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව AB හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A හි සිට ඇති දුර සොයන්න.

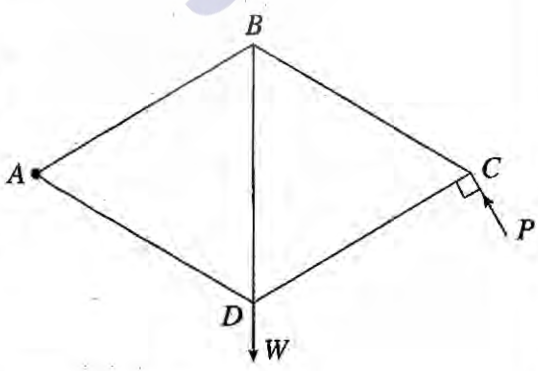
දැන්, විශාලත්වය H වූ යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. මෙම අලුත් පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය B ලක්ෂ්‍ය හරහා ක්‍රියාකරයි. H හි අගය හා මෙම යුග්මය ක්‍රියාකරන අත සොයන්න.

15. (*a*) එක එකෙහි දිග $2a$ වන AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B අන්තයේදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා BC දඬුවල බර පිළිවෙළින් W හා $2W$ වේ. A කෙළවර තිරස් ගෙබිමක් මත අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. $AD = \dfrac{a}{2}$ වන පරිදි AB දණ්ඩ මත වූ D ලක්ෂ්‍යයට බර W වූ අංශුවක් සවි කර ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත්තේ $B\hat{A}C = \theta$ ද BC දණ්ඩේ C කෙළවර ඉහත තිරස් ගෙබිමෙහි රළු කොටසක ද තිබෙන පරිදි ය. BC දණ්ඩ හා ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. $\cot\theta \leq \dfrac{15}{7}\mu$ බව පෙන්වන්න.



CB මගින් AB මත B සන්ධියෙහි දී ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

(*b*) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල, ඒවායේ අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ සමාන දිගින් යුත් AB, BC, CD, DA හා DB සැහැල්лу දඬු පහකින් සමන්විත වේ. W භාරයක් D සන්ධියෙන් එල්ලා ඇති අතර රාමු සැකිල්ල A හි දී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස සන්ධි කර සිරස් තලයක BD සිරස්ව සමතුලිතව තබා ඇත්තේ එයට C සන්ධියෙහි දී CD දණ්ඩට ලම්බව රූපයෙහි පෙන්වා ඇති දිශාවට යෙදූ P බලයක් මගිනි.



(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් ඒවා සොයන්න.

[දහවැනි පිටුව බලන්න.

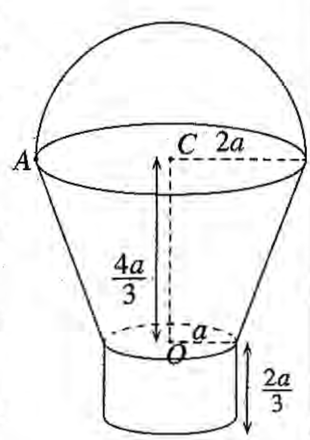
+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

16. (i) අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයක හැඩයෙන් යුත් තුනී ඒකාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද,

(ii) උස h වූ ඒකාකාර කුහර සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{3}h$ දුරකින් ද,

පිහිටන බව පෙන්වන්න.

රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, උඩත් හා යටත් වෘත්තාකාර ගැට්වල අරයන් පිළිවෙළින් $2a$ හා a වූ ද උස $\frac{4a}{3}$ වූ ද කුහර සෘජු වෘත්තාකාර කේතු ජින්නකයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කබොලකට, පහත දැක්වෙන කොටස් එක එකක් මෙම කබොල හමුවන ස්ථානවලදී දෘඪ ලෙස සවි කිරීමෙන් බාල්දියක් සාදා ඇත.



- අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර තුනී වෘත්තාකාර තැටියක්,
- අරය a හා උස $\frac{2a}{3}$ වූ කුහර සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කබොලක්,
- අරය $2a$ හා කේන්ද්‍රය C වූ අර්ධ වෘත්තයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කම්බියක්

ජින්නකයේ, තැටියේ හා සිලින්ඩරයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ ද කම්බියේ ඒකක දිගක ස්කන්ධය $11a\sigma$ ද වේ.

බාල්දියෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර $(10\pi+27)\frac{a}{9\pi}$ බව පෙන්වන්න.

කම්බිය, ජින්නකයේ උඩත් ගැටිය හමුවන A ලක්ෂ්‍යයෙන් බාල්දිය සිරස් තන්තුවකින් නිදහසේ එල්ලනු ලැබූ විට සමතුලිත පිහිටීමේදී OC යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

17. (*a*) A හා B සර්වසම පෙට්ටි එක එකක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම බෝල 10 බැගින් අඩංගු වේ. A පෙට්ටියේ සුදු පාට බෝල 6 ක් ද රතු පාට බෝල 4 ක් ද, B පෙට්ටියේ සුදු පාට බෝල 8 ක් ද රතු පාට බෝල 2 ක් ද අඩංගු වේ. පෙට්ටියක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගෙන, එම පෙට්ටියෙන් එකකට පසු අනෙක ලෙස, ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව සසම්භාවී ලෙස බෝල 3 ක් ඉවතට ගනු ලබයි.

(i) රතු පාට බෝල දෙකක් හා සුදු පාට බෝලයක් ඉවතට ගැනීමේ

(ii) රතු පාට බෝල දෙකක් හා සුදු පාට බෝලයක් ඉවතට ගත් බව දී ඇති විට A පෙට්ටිය තෝරාගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) $\overline{x}$ හා σ_x යනු පිළිවෙළින් $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය යැයි ද $i = 1, 2, \ldots, n$ සඳහා $y_i = \frac{x_i - \alpha}{\beta}$ යැයි ද ගනිමු; මෙහි α හා $\beta\ (>0)$ තාත්ත්වික නියත වේ. $\overline{y} = \frac{\overline{x} - \alpha}{\beta}$ හා $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{\beta}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\overline{y}$ හා σ_y යනු පිළිවෙළින් $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය වේ.

සමාගමක සේවකයින් 100 දෙනකුගේ රක්ෂණ සැලැස්මක් සඳහා මාසික වාරික පහත සංඛ්‍යාත වගුවෙන් දෙනු ලැබේ.

මාසික වාරිකය (රුපියල්) x	සේවකයින් ගණන
1500 – 3500	30
3500 – 5500	40
5500 – 7500	20
7500 – 9500	10

$y = \frac{x - 500}{1000}$ පරිණාමනය භාවිතයෙන්, y හි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ද, $\frac{3\,(\text{මධ්‍යන්‍යය} - \text{මධ්‍යස්ථය})}{\text{සම්මත අපගමනය}}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන y හි කුටිකතා සංගුණකය ද නිමානය කරන්න.

ඒ නයින්, x හි මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා කුටිකතා සංගුණකය නිමානය කරන්න.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

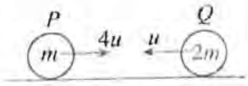
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

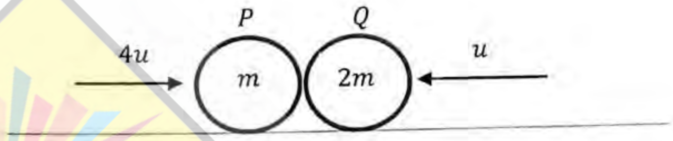
අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2021 (2022)

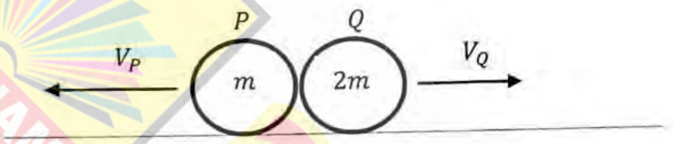
10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

1. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය $2m$ වූ Q අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙළින් $4u$ හා u වේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{4}{5}$ වේ. ගැටුමෙන් පසු P හා Q අංශු එකිනෙකට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වන බව පෙන්වන්න.
ගැටුමෙන් පසු P හා Q එකිනෙකට a දුරකින් පිහිටීම සඳහා ගතවන කාලය සොයන්න.







පද්ධතිය සඳහා $\underline{I} = \Delta(m\underline{V})$ (5)

$$0 = (2mV_Q - mV_P) - (4mu - 2mu)$$

$$\Longrightarrow 2V_Q - V_P = 2u \quad \text{—— (1)}$$

නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමයෙන්,

$$V_Q + V_P = \frac{4}{5}(4u + u) \quad (5)$$

$$V_Q + V_P = 4u \quad \text{—— (2)}$$

$: V_Q = 2u$ හා $V_P = 2u.$ (5)

(1) + (2): $V_Q > 0$ හා $V_P > 0.$

$\therefore P$ හා Q ගැටුමෙන් පසු ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශා වලට චලනය වේ. (5)

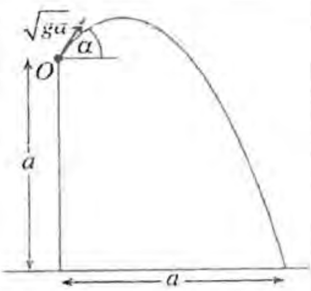
$$\underline{V}(P,Q) = \underline{V}(P,E) + \underline{V}(E,Q)$$

$$= \overleftarrow{2u} + \overleftarrow{2u}$$

$$= 4u \leftarrow$$

අවශ්‍ය කාලය $= \frac{a}{4u}.$ (5)

2. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, තිරස් ගෙබිමක සිට a සිරස් දුරකින් වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට $\sqrt{ga}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් හා තිරසට $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව, O සිට a තිරස් දුරකින් ගෙබිම හා ගැටේ. $\tan\alpha = 1+\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.



<u>From O to A</u> $S = ut + \frac{1}{2}at^2$:

$\rightarrow \quad a = \sqrt{ga}\cos\alpha\ t$ -------------------- (1) (5)

$\uparrow \quad -a = \sqrt{ga}\ \sin\alpha\ t - \frac{1}{2}gt^2$ -------------------- (2) (5)

(1) මගින්, $t = \frac{a}{\sqrt{ga}\cos\alpha}$.

(2) මඟින්, $-a = a\tan\alpha - \frac{1}{2}g\frac{a^2}{ga\ cos^2(\alpha)}$.

$\therefore \quad -2 = 2\tan\alpha - (1+tan^2\alpha).$ (5)

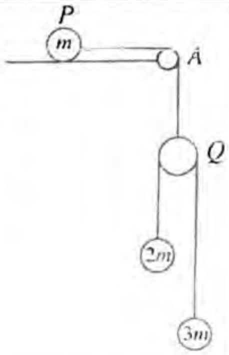
එනම්, $tan^2\alpha - 2\tan\alpha - 1 = 0.$

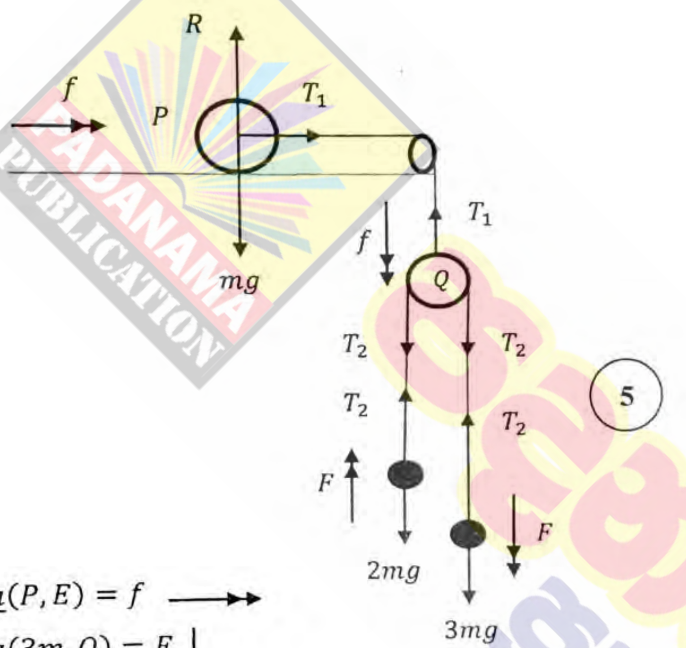
$\therefore \tan\alpha = \frac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2} = 1\pm\sqrt{2}$ (5)

$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ බැවින් $(-)$ ලකුණ ගත නොහැක.

$\therefore \tan\alpha = 1+\sqrt{2}.$ (5)

3. සුමට තිරස් මේසයක් මත ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තබා, එය මේසයේ දාරයෙහි වූ A ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇති අචල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් සුමට සැහැල්ලු Q කප්පියකට සම්බන්ධ කර ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, Q කප්පිය මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ස්කන්ධ $2m$ හා $3m$ වන අංශු සම්බන්ධ කර ඇත. අංශු හා තන්තු සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තු තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. Q හි ත්වරණය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.





$f \twoheadrightarrow$ $\downarrow f$

$\underline{a}(P, E) = f \twoheadrightarrow$

$\underline{a}(3m, Q) = F \downarrow$

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීම;

(P) $\rightarrow$ $T_1 = mf$ (5)

(Q) $\downarrow$ $2T_2 - T_1 = 0$ (5)

(2m) $\uparrow$ $T_2 - 2mg = 2m(F - f)$ (5)

(3m) $\downarrow$ $3mg - T_2 = 3m(F + f)$ (5)

P සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$
Q සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$
$2m$ සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$
$3m$ සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$

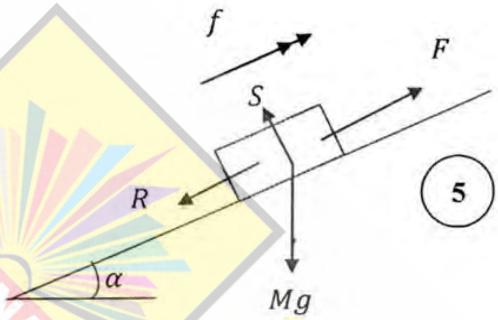
හෝ

(Q) (2m) හා (3m) $\downarrow$ $T_1 - 2mg - 3mg = 2m(f - F) - 3m(f + F)$

Q, $2m$ හා $2m$ සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$

සටහන: ඕනෑම ස්වායත්ත සමීකරණ 4කට (20)

4. ස්කන්ධය M kg වූ කාරයක් තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{20}\right)$ ක ආනතියක් සහිත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ ඉහළට නියත ත්වරණයකින් ගමන් කරයි. එහි චලිතයට R N නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එහි වේගය 36 km h^{-1} සිට 72 km h^{-1} දක්වා වැඩි කිරීමට කාරය ගමන් කළ දුර 500 m වේ. එහි වේගය 54 km h^{-1} වන විටදී කාරය යෙදූ ජවය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



(5)

S ඇතිව හෝ නොමැතිව බල ලකුණු කිරීම සඳහා

$$\sin\alpha = \frac{1}{20}$$

$$\frac{36\times 1000}{3600} = 10\ ms^{-1}$$

$$\frac{72\times 1000}{3600} = 20\ ms^{-1}$$ (5)

$$\frac{54\times 1000}{3600} = 15\ ms^{-1}$$

වේග තුනෙහිම පරිවර්තන සඳහා

$\nearrow v^2 = u^2 + 2as:$

$$20^2 = 10^2 + 2f(500)$$ (5)

$$f = \frac{150}{500} = \frac{3}{10} ms^{-2}$$

$v^2 = u^2 + 2as \nearrow$ යෙදීම

$\nearrow \underline{F} = m\underline{a}:$

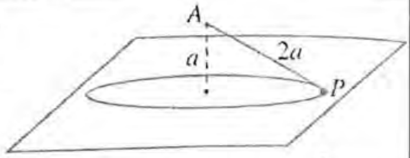
$$F - R - Mg\sin\alpha = Mf$$ (5)

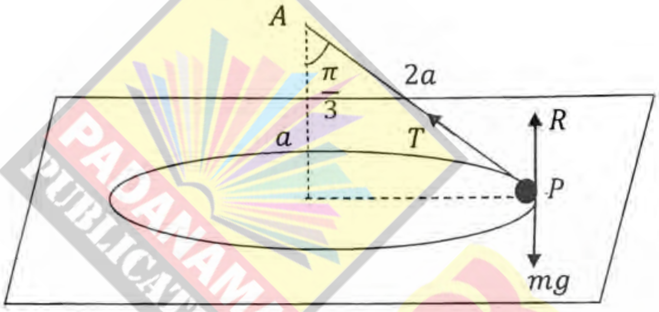
$\underline{F} = m\underline{a}$ $\nearrow$ යෙදීම

$$P = F\cdot V$$
$$= F\cdot 15$$ (5)

$P = F\cdot 15$ යෙදීම

5. දිග $2a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක සිට a සිරස් දුරක් ඉහළින් වූ A අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ඈඳා ඇති ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, තන්තුව තදව ඇතිව $\sqrt{\frac{ga}{2}}$ ඒකාකාර වේගයෙන් තිරස් වෘත්තයක මේසය මත චලනය වේ (රූපය බලන්න). මේසය මගින් P මත ඇති කරන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{5}{6}mg$ බව පෙන්වන්න.





(5) බල සඳහා mg / R / T සලකා

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්:

$\leftarrow T\sin\frac{\pi}{3} = m.\frac{ga}{2(2a\sin\frac{\pi}{3})}$ (5) — $\underline{F} = m\underline{a} \leftarrow$

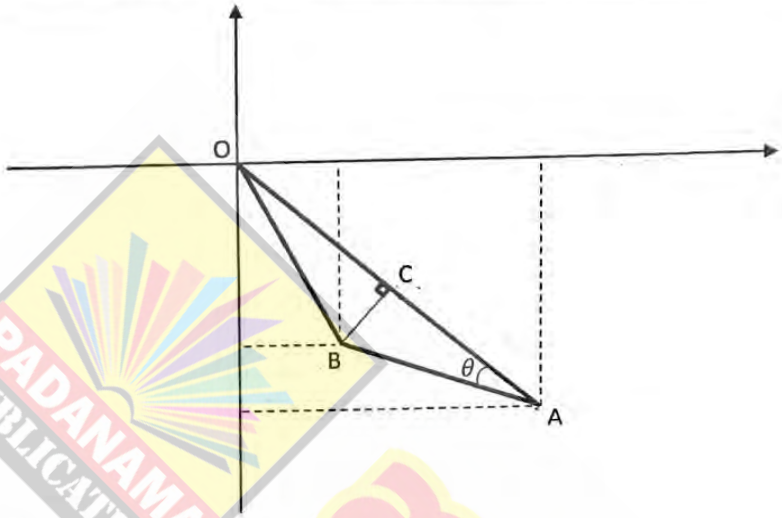
$\therefore T = \frac{mg}{3}.$ (5) — $T = \frac{mg}{3}$ තිබීම

$\uparrow\ R - mg + T\cos\frac{\pi}{3} = 0$ (5) — $\underline{F} = m\underline{a} \uparrow$

$\therefore R = mg - \frac{mg}{6}$

$= \frac{5}{6}mg$ (5) — පිළිතුර සඳහා පියවර

6. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\mathbf{i}-3\mathbf{j}$ හා $\mathbf{i}-2\mathbf{j}$ වේ. $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}$ භාවිතයෙන්, $O\hat{A}B$ සොයන්න.
C යනු OA මත $O\hat{C}B=\frac{\pi}{2}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ සොයන්න.



$\overrightarrow{OA} = 2\underline{i} - 3\underline{j}$ හා $\overrightarrow{OB} = \underline{i} - 2\underline{j}$

$\therefore \overrightarrow{AO} = -2\underline{i} + 3\underline{j}$ හා

$\overrightarrow{AB} = (\underline{i} - 2\underline{j}) - (2\underline{i} - 3\underline{j})$ (5)

$= -\underline{i} + \underline{j}$

| $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AB}$ |

$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{AB}|\cos\theta$ (5)

$2 + 3 = \sqrt{13}\sqrt{2}\cos\theta$

| $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}$ අර්ථ දැක්වීම හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට |

$\therefore \quad \cos\theta = \frac{5}{\sqrt{26}}$ (5)

| $\cos\theta = \frac{5}{\sqrt{26}}$ තිබීම |

$\therefore \quad \theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{26}}\right)$

$\overrightarrow{OC} = \lambda\,\overrightarrow{OA}$, මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$, හා $\overrightarrow{CB} = (\underline{i} - 2\underline{j}) - \lambda(2\underline{i} - 3\underline{j})$

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{CB} = 0$ gives as $2(1-2\lambda) - 3(-2+3\lambda) = 0$ (5)

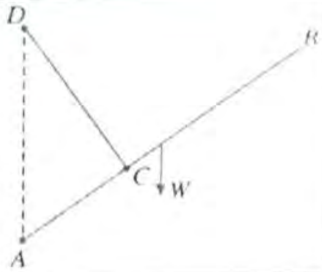
| තිත් ගුණිතය භාවිතයෙන් $O\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ අවශ්‍යතාවයට |

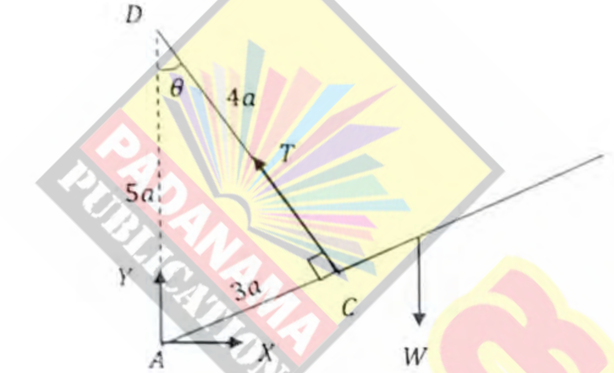
$\therefore \quad \lambda = \frac{8}{13}$ (5)

| λ හි අගය හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට |

හා $\quad \overrightarrow{OC} = \frac{8}{13}(2\underline{i} - 3\underline{j})$

7. දිග $8a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක, එහි A කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. දිග $4a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් දණ්ඩ මත $AC = 3a$ වන පරිදි වූ C ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර A ට සිරස්ව ඉහළින් $AD = 5a$ වන පරිදි වූ D අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත (රූපය බලන්න). දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ පවතී. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{16}{15}W$ බව පෙන්වන්න.
A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් සංරචකය ද සොයන්න.





(5) බල සඳහා

$A\hat{C}D = \frac{\pi}{2}$ (5)

$A\hat{C}D = \frac{\pi}{2}$; තිබීම

දණ්ඩේ සමතුලිතතාවය සඳහා:

$\curvearrowright A \quad W \times 4a\cos\theta - T \times 3a = 0$ (5)

T සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණයක් සඳහා

$\therefore T = \frac{4W}{3}\cos\theta$

$= \frac{4W}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{16W}{15}$ (5)

පිළිතුර සඳහා පියවර

$\rightarrow X = T\sin\theta$

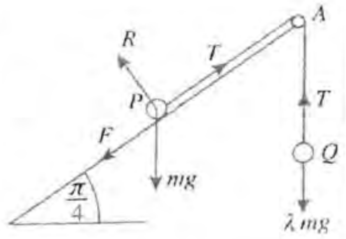
$= \frac{16W}{15} \times \frac{3}{5}$

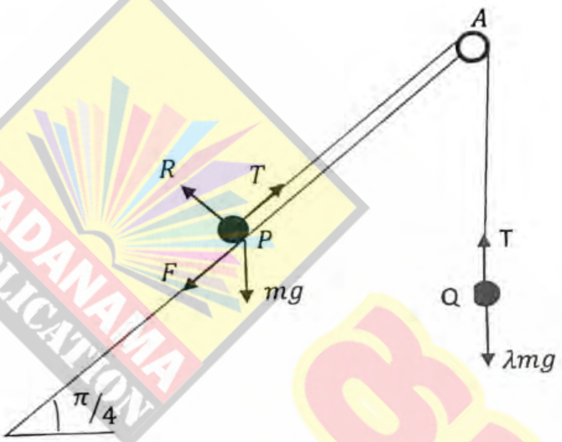
$= \frac{16W}{25}$ (5)

$\frac{16W}{25}$ තිබීම

25

8. තිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තබා ඇත. රූපයෙහි දක්වා ඇති පරිදි, ආනත තලයේ දාරයට A හි දී සවිකර ඇති අචල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් P අංශුවට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය λmg වූ Q අංශුවකට ද ඈඳා ඇත. P අංශුව හා ආනත තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. PA රේඛාව, ආනත තලයේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වන අතර තන්තුව තදව ඇතිව P හා Q අංශු දෙක සමතුලිතතාවයේ පවතී. $\frac{1}{2\sqrt{2}} \leq \lambda \leq \frac{3}{2\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න. (අදාළ බල රූපයෙහි ලකුණු කර ඇත.)





For the equilibrium:

(P) $R - mg\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ (5)

$\therefore \quad R = \frac{mg}{\sqrt{2}}$

R හි අගය ලබා ගැනීමට සමීකරණයක් සඳහා

(Q) $T - \lambda mg = 0$ (5)

$\therefore \quad T = \lambda mg$

T හි අගය ලබා ගැනීමට සමීකරණයක් සඳහා

(P) $T - F - mg\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ (5)

$\therefore \quad F = \lambda mg - \frac{mg}{\sqrt{2}} = \frac{mg}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}\lambda - 1)$

F හි අගය ලබා ගැනීමට සමීකරණයක් සඳහා

P හි සමතුලිතතාවය සඳහා

$\frac{1}{2} \geq \frac{|F|}{R}$ (5)

ලිස්සා නොයෑමට, මාපාංකය සහිත අවශ්‍යතාවයට

$\therefore \quad |\sqrt{2}\lambda - 1| \leq \frac{1}{2}$

$\therefore \quad \frac{1}{2\sqrt{2}} \leq \lambda \leq \frac{3}{2\sqrt{2}}$ (5)

පිළිතුර සඳහා පියවර

9. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක **ස්වායත්ත** සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A)=\frac{1}{5}$ හා $P(B)=\frac{3}{4}$ බව දී ඇත. $P(A\cup B)$, $P(A|A\cup B)$ හා $P(B|A')$ සොයන්න; මෙහි A' මගින් A හි අනුපූරක සිද්ධිය දැක්වේ.

$P(A)=\frac{1}{5}, P(B)=\frac{3}{4}$

A හා B ස්වායත්ත නිසා,

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ (5) හෝ තුල්‍යව

$=\frac{3}{20}$

ස්වායත්තතාව සඳහා අවශ්‍යතාවය

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (5) හෝ තුල්‍යව

$=\frac{1}{5}+\frac{3}{4}-\frac{3}{20}=\frac{4}{5}$

$P(A\cup B)$ සඳහා සමීකරණය

$P(A|A\cup B)=\frac{P(A\cap(A\cup B))}{P(A\cup B)}=\frac{P(A)}{P(A\cup B)}=\frac{1/5}{4/5}=\frac{1}{4}$ (5)

$\frac{1}{4}$ හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

$P(B|A')=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}$

$P(B\cap A')=P(B)-P(A\cap B)=\frac{3}{4}-\frac{3}{20}=\frac{3}{5}$ (5)

$\frac{3}{5}$ හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

(හෝ $P(B\cap A')=P(B)\cdot P(A')=\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$)

$P(B|A')=\frac{3/5}{4/5}=\frac{3}{4}$ (5)

$\frac{3}{4}$ හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

10. ධන නිඛිලමය නිරීක්ෂණ පහක කුලකයක මධ්‍යන්‍යය 6 ද පරාසය 10 ද වේ. එයට මාතයන් දෙකක් ඇත. මධ්‍යස්ථය, මාතයන්ගෙන් වෙනස් වේ නම්, නිරීක්ෂණ පහ සොයන්න.

සංඛ්‍යා ආරෝහණ පිළිවෙලට යැයි ගනිමු.

a, a, b, c, c

පරාසය 10 නිසා $c - a = 10$. (5) — පරාසය සඳහා අවශ්‍යතාවය

$\therefore c = a + 10$ ——— (1)

මධ්‍යන්‍යය 6 නිසා, $\frac{2a+b+2c}{5} = 6$. ——— (2) (5) — මෙය සඳහා හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

(1) හා (2) මගින් $4a + b + 20 = 30$

එනම්, $4a + b = 10$ ——— (3) (5) — නිරීක්ෂණ නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණයකට

a හා b ~~මත~~ ධන නිඛිල නිසා,

එවිට, (3) මගින් $4a \leq 9$ හා
a සඳහා ගත හැකි අගයන් 1 හා 2 ලැබේ.

$a = 1$ නම්, එවිට $b = 6$.

$a = 2$ නම් එවිට, $b = 2$, හා ~~මධ්‍යන්‍යය~~ මධ්‍යස්ථය, මාතයන්ගෙන් වෙනස් නිසා මෙය විය නොහැක. (5) — මධ්‍යන්‍යය $\neq$ මාතයන් යෙදීමට

$\therefore$ සංඛ්‍යා 1, 1, 6, 11, 11 වේ. (5) — 1, 1, 6, 11, 11 තිබීම.

11. (a) P අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට සිරස්ව උඩු අතට u m s^{-1} ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබ තත්පර 4 කට පසුව A ලක්ෂ්‍යයක් වෙත ළඟා වන අතර, තවත් තත්පර 2 කට පසුව නැවත A වෙත පැමිණෙයි. P අංශුව දෙවනවරට A හි ඇති මොහොතේදී තවත් Q අංශුවක් O හි සිට සිරස්ව උඩු අතට එම u m s^{-1} ප්‍රවේගයෙන්ම ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එකම රූපසටහනක, P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

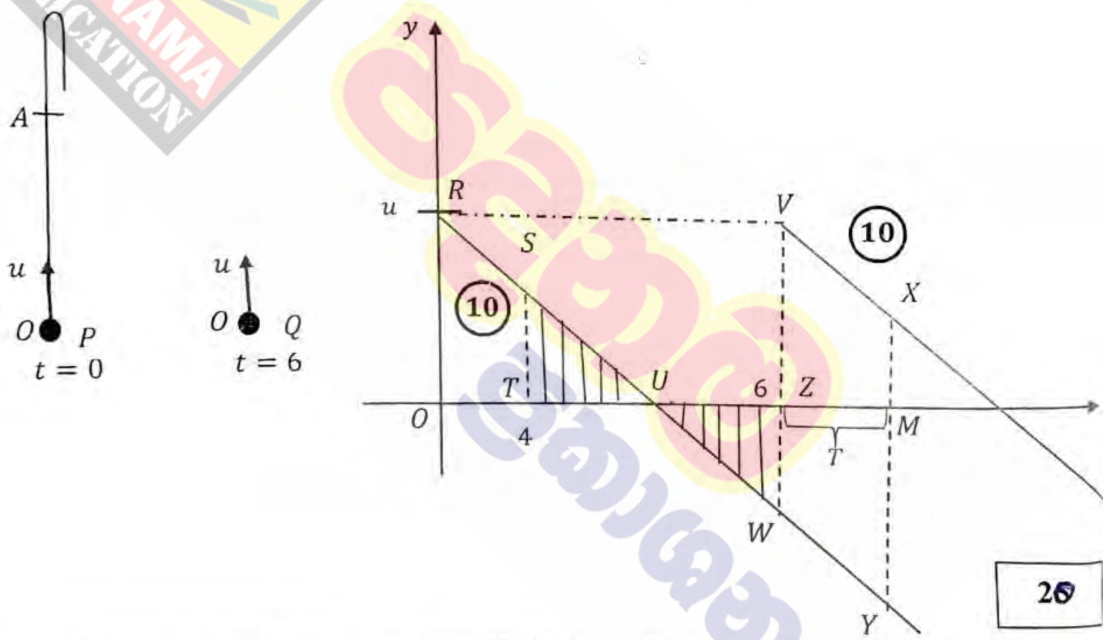
ඒ නයින්, g ඇසුරෙන් u හි අගය ද OA හි උස ද, P සමඟ ගැටීමට Q ගන්නා කාලය ද සොයන්න.

(b) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව u km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතකදී, S වලින් d km දුරක් නැගෙනහිරින් P බෝට්ටුවක් පිහිටන අතර S වලින් $\sqrt{3}\,d$ km දුරක් දකුණෙන් වෙනත් Q බෝට්ටුවක් පිහිටයි. P බෝට්ටුව, පොළොවට සාපේක්ෂව $2u$ km h^{-1} ක ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක, S අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරන අතර Q බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $3u$ km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක P අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරයි.

(i) P බෝට්ටුවට, S නැව අල්ලා ගැනීමට ගතවන කාලය $\dfrac{d}{\sqrt{3}u}$ h බව ද

(ii) Q බෝට්ටුව P බෝට්ටුව අල්ලා ගැනීමට පෙර P බෝට්ටුව S නැව අල්ලා ගන්නා බව ද පෙන්වන්න.

(a)



20

STU ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= UZW$ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය නිසා

$TU = UZ.$

$TZ = 2 \Rightarrow TU = 1.$ (5)

$\therefore OU = 5.$ (5)

ROU ත්‍රිකෝණයෙන් $g = \frac{u}{5}$.

$\therefore u = 5g.$ (5)

STU ත්‍රිකෝණයෙන්, $g = \frac{ST}{1} = ST.$ (5)

OA හි උස $=$ $ORST$ හි වර්ගඵලය

$= \frac{1}{2}(OR + ST) \times OT$ (5)

$= \frac{1}{2}(u + g) \times 4$ (5)

$= \frac{1}{2} \times 6g \times 4$

$= 12g$ (5)

P සමග ගැටීමට Q ගන්නා කාලය T යැයි ගනිමු.

$OA = VZMX$ වර්ගඵලය $+$ $WZMY$ වර්ගඵලය

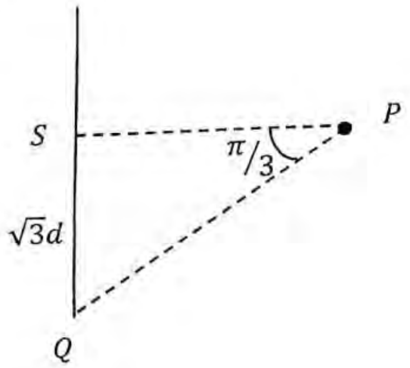
$=$ $VWYX$ වර්ගඵලය (10)

$= \frac{1}{2}(VW + XT) \times ZM$

$\therefore 12g = \frac{1}{2}(6g + 6g) \times T$ (10)

$\therefore T = 2$ sec. (5)

(b)

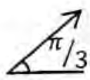


$\underline{V}(S, E) = \uparrow u$

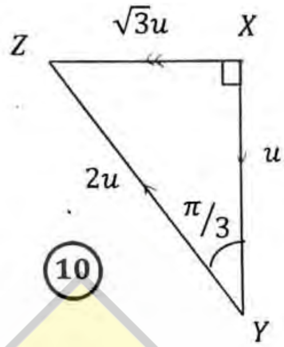
$\underline{V}(P, E) = 2u$

$\underline{V}(Q, E) = 3u$

$\underline{V}(P, S) = \leftarrow$

$\underline{V}(Q, P) =$ 

(i)



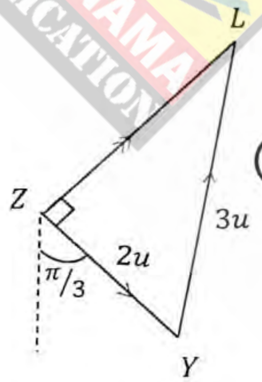
(10)

$$\underline{V}(P,S) = \underline{V}(P,E) + \underline{V}(E,S) \quad (5) + (5)$$
$$= \underline{V}(E,S) + \underline{V}(P,E)$$
$$= \overrightarrow{XY} + \overrightarrow{YZ}$$
$$= \overrightarrow{XZ}$$

අවශ්‍ය කාලය $= \dfrac{d}{XZ} = \dfrac{d}{\sqrt{3}u}\,h.$ (5)

25

(ii)



(10)

$$\underline{V}(Q,P) = \underline{V}(Q,E) + \underline{V}(E,P) \quad (5) + (5)$$
$$= \underline{V}(E,P) + \underline{V}(Q,E)$$
$$= \overrightarrow{ZY} + \overrightarrow{YL}$$
$$= \overrightarrow{ZL}$$

$ZL = \sqrt{(3u)^2 - (2u)^2} = \sqrt{5}u$ (5)

P හමුවීමට Q ගන්නා කාලය t_2 යැයි ගනිමු.

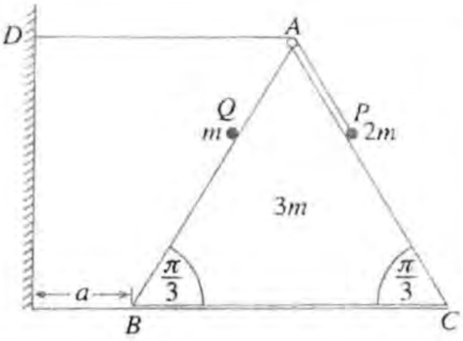
එවිට, $t_2 = \dfrac{\sqrt{3}\,d\sec(\pi/6)}{\sqrt{5}\,u}$

$= \dfrac{2d}{\sqrt{5}\,u}h.$ (10)

$\therefore\ t_1 < t_2.$ (10)

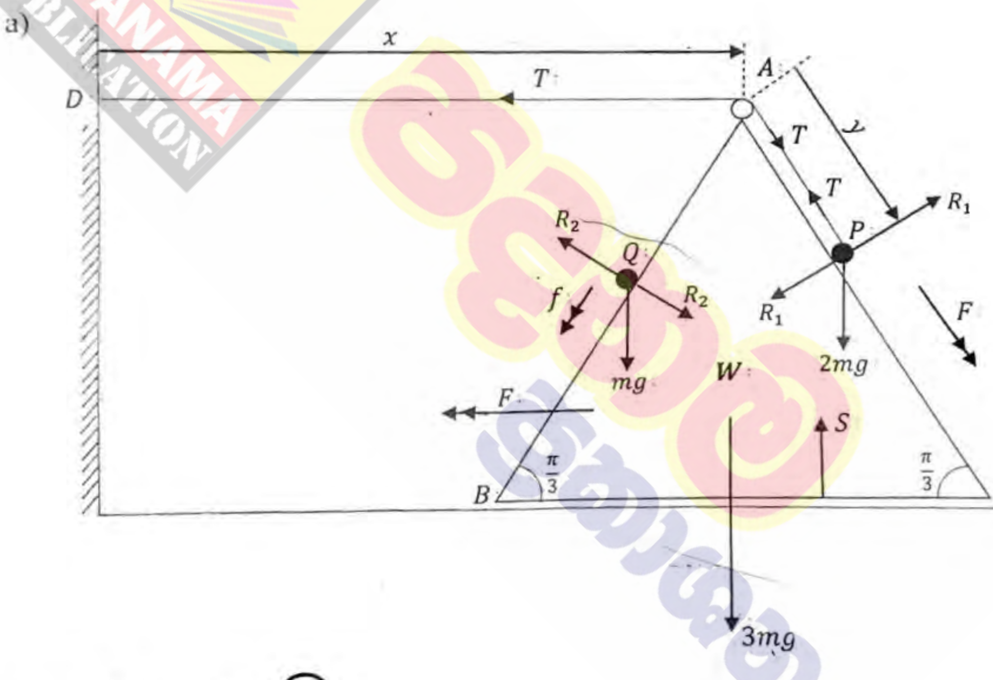
45

12. (a) රූපයෙහි ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය, $AB = BC = AC = 6a$ ද වන, BC අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබන ලද ස්කන්ධය $3m$ වන සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. AB හා AC රේඛා, ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ. D ලක්ෂ්‍යය, AD තිරස් වන පරිදි ABC තලයෙහි කුඤ්ඤයෙහි B ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට a දුරකින් වූ සිරස් බිත්තිය මත වූ අචල ලක්ෂ්‍යයකි. A හි සවිකර ඇති කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන දිග $5a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් AC මත තැබූ ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවකට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර බිත්තිය මත වූ අචල D ලක්ෂ්‍යයට සවිකර ඇත. ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවක් AB මත අල්වා තබා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, $AP = AQ = a$ ලෙස ඇතිව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. කුඤ්ඤය බිත්තියෙහි ගැටෙන මොහොතෙහිදී කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව Q හි ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



PADANAMA PUBLICATION

a)



$x + y =$ නියතයකි (5)

$\therefore \ddot{x} + \ddot{y} = 0.$ ________ (1) (5)

$\underline{a}(W, E) = F \twoheadleftarrow$ යැයි ගනිමු.

$\therefore \underline{a}(P, W) = F \searrow$ ((1) මගින්) (5)

$\underline{a}(Q, W) = f \swarrow$ යැයි ගනිමු.

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්:

(5) (බල සඳහා) (5) (ත්වරණ සඳහා)

(P) ↘ $2mg\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - T = 2m\left(F - F\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ (5) (සමීකරණයට)

(Q) ↙ $mg\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = m\left(f + F\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ (5) (සමීකරණයට)

(5) (5)

$(P, Q$ හා $W)$ පද්ධතිය සඳහා, ←

$T = 3mF + 2m\left(F - F\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) + m\left(F + f\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ (5) (සමීකරණයට)

(5) (5) (5) (5)

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්:

← (W) $a = \frac{1}{2}Ft^2$ (5)

Q, W [illegible] $v = u + at$ යෙදීමෙන්:

$v = ft$ (5)

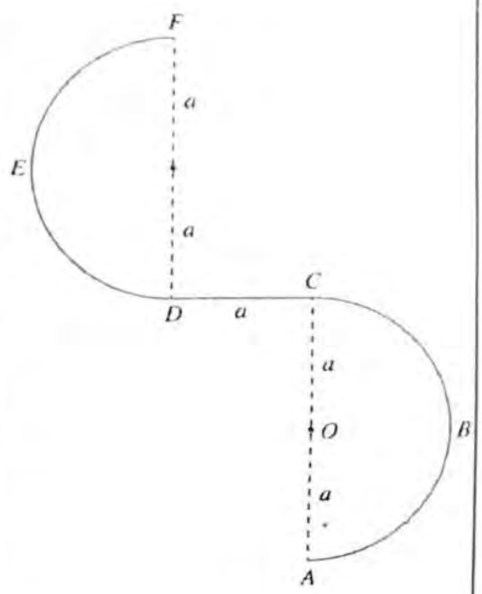
80

[illegible] (15) [illegible]

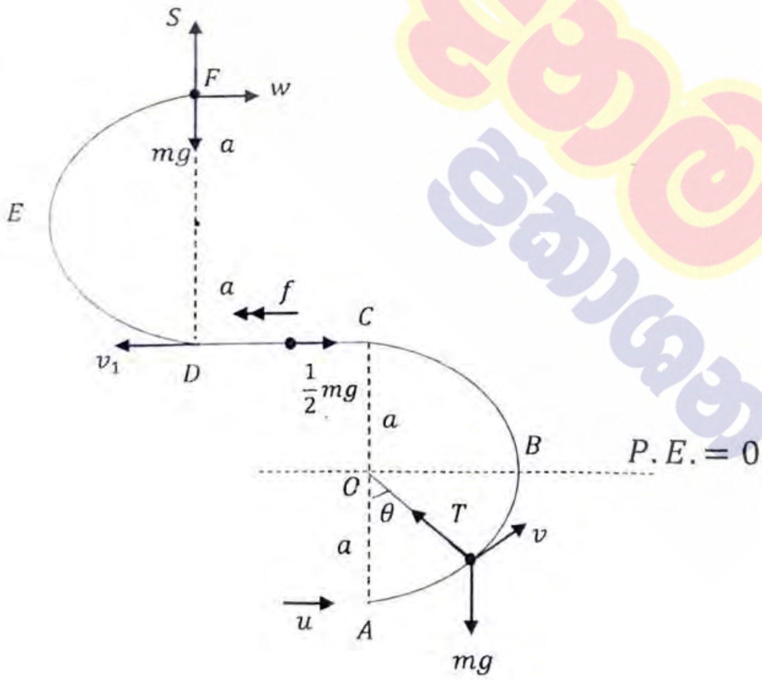
[illegible] R [illegible] Mg/R/T.

(b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, $ABCDEF$ තුනී කම්බියක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත. ABC කොටස, කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ තුනී **සුමට** අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් වේ. CD කොටස, දිග a වූ තුනී **රළු** තිරස් කම්බියක් වේ. DEF කොටස ද අරය a වූ තුනී **සුමට** අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් වේ. AC හා DF විෂ්කම්භ සිරස් වේ. ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට P පබළුවක් A හි තබා තිරස්ව $u\left(>3\sqrt{ag}\right)$ ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිය දිගේ චලිතය ආරම්භ කරයි. පබළුවෙහි C සිට D දක්වා චලිතය තුළ පබළුව මත කම්බිය මගින් ඇති කරන ඝර්ෂණ බලයේ විශාලත්වය $\frac{1}{2}mg$ බව දී ඇත. P පබළුවෙහි A සිට C දක්වා චලිතය තුළ $\overrightarrow{OA}$ සමග $\theta\ (0 \le \theta \le \pi)$ කෝණයක් $\overrightarrow{OP}$ සාදන විට එහි v වේගය $v^2 = u^2 - 2ag(1 - \cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

F හිදී කම්බිය හැරයාමට මොහොතකට පෙර P පබළුවේ w වේගය $w^2 = u^2 - 9ag$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේදී කම්බිය මගින් P පබළුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



b)



ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

$\frac{1}{2}mv^2 - mga\cos\theta = \frac{1}{2}mu^2 - mga$ (15)

PE (5) + KE (5) + සමීකරණය (5)

$\therefore\ v^2 = u^2 - 2ga(1-\cos\theta)$ (5)

$\theta = \pi$ විට, $v^2 = u^2 - 4ga$ ______________ (1) (5)

25

C සිට D දක්වා, $\leftarrow\ \underline{F} = m\underline{a}$:

$-\frac{1}{2}mg = mf$ (5)

$\therefore\ f = -\frac{g}{2}$ (5)

$\leftarrow\ v^2 = u^2 + 2as :\ {v_1}^2 = (u^2 - 4ga) - 2\cdot\frac{g}{2}a$

$= u^2 - 5ga.$ (10)

(1) භාවිතයෙන්, ${v_2}^2 = {v_1}^2 - 4ga$ (10)

$= u^2 - 9ga.$ (5)

F හිදී: $\underline{F} = m\underline{a}\ \downarrow$

$mg - S = m\frac{{v_2}^2}{a}$ (5)

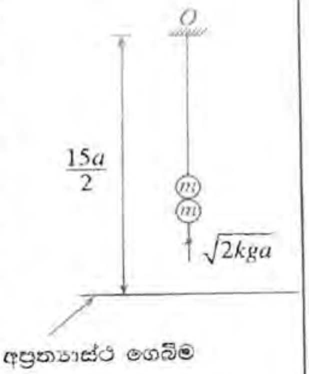
$\therefore\ S = mg - \frac{m}{a}(u^2 - 9ga)$ (~~5~~)

$= \frac{m}{a}(10ag - u^2)$ (5)

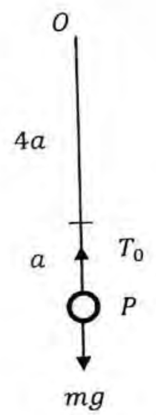
45

13. ස්වභාවික දිග $4a$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද ඈඳා ඇත. අංශුව O ට $5a$ දුරක් පහළින් සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, ස්කන්ධය m වූ වෙනත් Q අංශුවක් සිරස්ව ඉහළට ගමන් කර P සමග ගැටී හාවී R සංයුක්ත අංශුවක් සාදයි. P අංශුව සමග ගැටීමට මොහොතකට පෙර Q අංශුවේ වේගය $\sqrt{2kga}$ වේ. R චලිතවීමට පටන් ගන්නා ප්‍රවේගය සොයන්න. තන්තුව නොබුරුල්ව ඇතිව පසුව සිදුවන චලිතයේදී R සංයුක්ත අංශුවට O සිට දුර වන x යන්න $\ddot{x}+\frac{g}{2a}(x-6a)=0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.
$X = x-6a$ ලෙස ලියමින්, $\ddot{X}+\omega^2X=0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\omega=\sqrt{\frac{g}{2a}}$ වේ.
ඉහත සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය ද, $\dot{X}^2=\omega^2(c^2-X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් c විස්තාරය ද සොයන්න.
$k>3$ නම් තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න.



දැන්, $k=8$ යැයි ගනිමු. P හා Q අංශු හාවූ මොහොතේ සිට O ලක්ෂ්‍යයට $\frac{15}{2}a$ දුරක් පහළින් වූ අප්‍රත්‍යාස්ථ **තිරස් ගෙබිමක** ගැටීමට R සංයුක්ත අංශුව ගන්නා කාලය සොයන්න.
R සංයුක්ත අංශුව ගෙබිම සමග ගැටුණු පසු ළඟා වන උපරිම උස ද සොයන්න.



P හිදී සමතුලිතතාවය සඳහා,

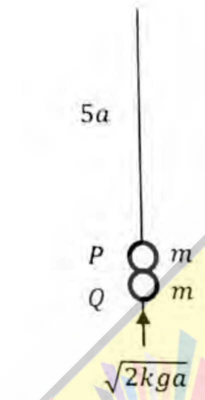
$\uparrow \; T_0 = mg$ (5)

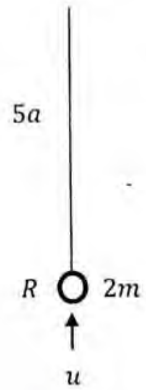
$T_0 = \frac{\lambda a}{4a} = \frac{\lambda}{4}$ (5)

$\therefore \lambda = 4mg$

(5)

15



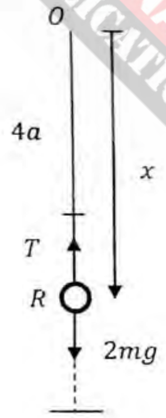


P හා Q සඳහා $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්

$\uparrow \; 0 = 2mu - m\sqrt{2kga}$ (5)

$\therefore u = \sqrt{\dfrac{kga}{2}}$ (5)

10



R සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

$\uparrow \; T - 2mg = -2m\ddot{x}$ (10)

$T = 4mg\dfrac{(x-4a)}{4a}$ (5)

$\therefore \dfrac{mg}{a}(x-4a) - 2mg = -2m\ddot{x}$

$\ddot{x} + \dfrac{g}{2a}(x-6a) = 0$ ______ (1) (5)

20

$X = x - 6a$

$\therefore \dot{X} = \dot{x}$

$\therefore \ddot{X} = \ddot{x}$ (5)

එවිට (1) $\Rightarrow \quad \ddot{X} + \omega^2 X = 0$; මෙහි $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{2a}}$. (5)

කේන්ද්‍රය $X = 0$ මගින් දෙනු ලැබේ.

එනම්, $x = 6a$. (5)

$\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ ________ (2)

$x = 5a$ විට, $X = -a$ හා $\dot{X} = -\frac{1}{2}\sqrt{2kga}$. (5)

එවිට $(2) \Rightarrow \frac{kga}{2} = \frac{g}{2a}(c^2 - a^2)$.

$\Rightarrow ka^2 = c^2 - a^2$.

$\Rightarrow c = \sqrt{k+1}\, a$. (5)

15

$k > 3$ යැයි ගනිමු. එවිට, $c > 2a$.

$\therefore$ විස්තාරය $> 2a$. (5)

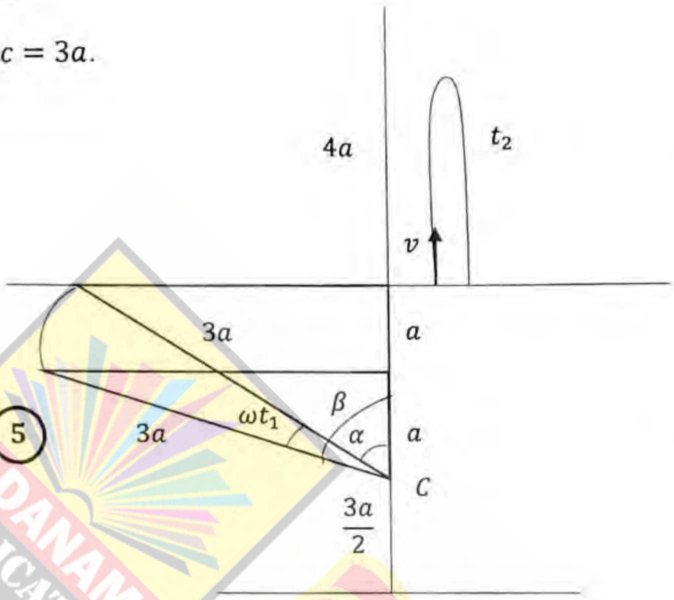
$\therefore$ තන්තුව බුරුල් වේ. (5)

10

PADANAMA PUBLICATION
පදනම ප්‍රකාශන

$\boxed{k = 8}$

එවිට, $c = 3a$.



$\cos\beta = \frac{1}{3}$ (5)

$\cos\alpha = \frac{2}{3}$ (5)

$\omega t_1 = \beta - \alpha$

$\therefore\ t_1 = \frac{1}{\omega}(\beta - \alpha)$ (5)

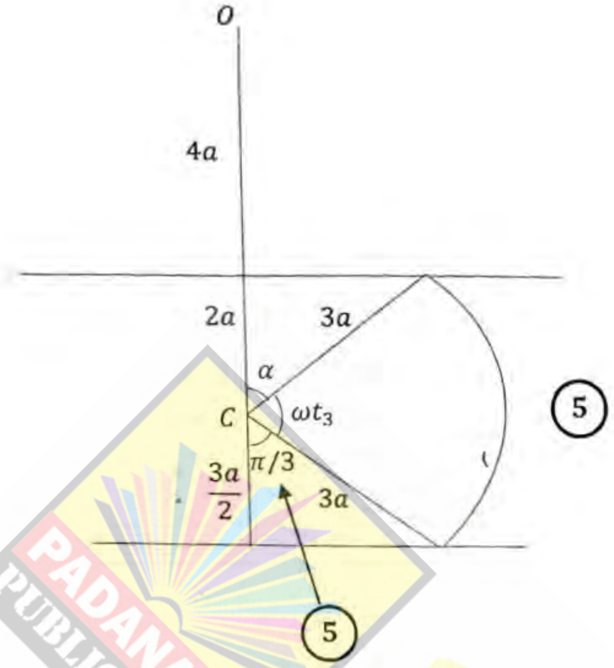
දැන්, $v^2 = \frac{g}{2a}(9a^2 - 4a^2)$

$\therefore v = \sqrt{\frac{5}{2}ga}$ (5)

ගුරුත්වය යටතේ: $\uparrow\ s = ut + \frac{1}{2}at^2$ (5)

$0 = vt_2 - \frac{1}{2}gt_2{}^2.$

$\therefore\ t_2 = \frac{2v}{g} = \frac{2}{g}\sqrt{\frac{5}{2}ga} = \sqrt{\frac{10a}{g}}$ (5)



$\omega t_3 = \frac{2\pi}{3} - \alpha$ (5)

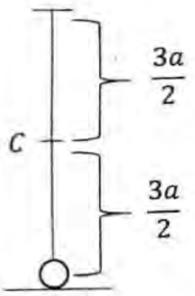
$\therefore\ t_3 = \frac{1}{\omega}\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$

$\therefore$ අවශ්‍ය කාලය $= t_1 + t_2 + t_3$

$= \frac{1}{\omega}(\beta - \alpha) + \sqrt{\frac{10a}{g}} + \frac{1}{\omega}\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$

$= \sqrt{\frac{10a}{g}} + \sqrt{\frac{2a}{g}}\left\{\frac{2\pi}{3} + \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) - 2\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ (10)

60



ගෙබිමෙහි ගැටීමෙන් පසු, R සරල අනුවර්තී චලිතයේ පමණක් යෙදේ. (5)

$\therefore$ උපරිම උස $= \frac{3a}{2} + \frac{3a}{2}$

$= 3a$ (5)

10

14. (*a*) $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ශුන්‍ය නොවන හා සමාන්තර නොවන දෛශික යැයි ද $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු.
$\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b} = \mathbf{0}$ නම්, $\lambda = 0$ හා $\mu = 0$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D ද CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E ද වේ. AE (දික්කළ) හා BC රේඛා F හි දී හමුවේ. $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$ හා $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$ යැයි ගනිමු. ත්‍රිකෝණ ආකලන නියමය භාවිතයෙන් $\overrightarrow{AE} = \frac{\mathbf{a} + 2\mathbf{b}}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$\overrightarrow{AF} = \alpha\overrightarrow{AE}$ හා $\overrightarrow{CF} = \beta\overrightarrow{CB}$ වන්නේ ඇයි දැයි පැහැදිලි කරන්න; මෙහි $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ වේ.

ACF ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන් $(\alpha - 4\beta)\mathbf{a} + 2(\alpha + 2\beta - 2)\mathbf{b} = \mathbf{0}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, α හා β හි අගයන් සොයන්න.

(*b*) ABC යනු පැත්තක දිග $2a$ වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D, E, F යනු පිළිවෙළින් AB, BC හා AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු. විශාලත්ව $2P, \sqrt{3}P, 2\sqrt{3}P$ හා αP වූ බල පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{DC}$ හා $\overrightarrow{BC}$ දිගේ ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය, $\overrightarrow{AC}$ ට සමාන්තරව ක්‍රියාකරන බව දී ඇත. α හි අගය සොයන්න.

බල පද්ධතිය, A හරහා ක්‍රියාකරන විශාලත්වය R වූ තනි බලයකට හා විශාලත්වය G වූ යුග්මයක් සමඟින් තුල්‍ය වේ. R හා G හි අගයන් සොයන්න.

මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව ලියා දක්වා සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව AB හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A හි සිට ඇති දුර සොයන්න.

දැන්, විශාලත්වය H වූ යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. මෙම අලුත් පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය B ලක්ෂ්‍ය හරහා ක්‍රියාකරයි. H හි අගය හා මෙම යුග්මය ක්‍රියාකරන අත සොයන්න.

(a)

$\underline{a}, \underline{b} \neq \underline{0}$ and $\underline{a} \nparallel \underline{b}$

$\lambda\underline{a} + \mu\underline{b} = \underline{0}$ ________(1)

If $\lambda \neq 0$ නම්, එවිට $\underline{a} = -\frac{\mu}{\lambda}\underline{b}$. (5)

මෙය දෙන ලද අවශ්‍යතාවට පරස්පර වේ.

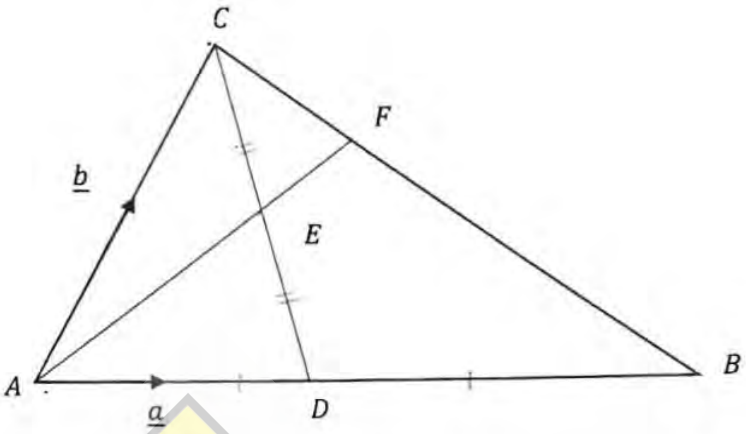
$\therefore \lambda = 0.$ (5)

දැන්, (1) මඟින් $\mu\underline{b} = \underline{0}$ ලැබේ.

$\underline{b} \neq \underline{0}$ නිසා, $\mu = 0$ (5)

$\therefore \lambda = 0$ හා $\mu = 0$

15



$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$ (5)

$= \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ (5)

$= \frac{1}{2}\underline{a} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC})$ (5)

$= \frac{1}{2}\underline{a} + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\underline{a} + \underline{b}\right)$

$= \frac{\underline{a} + 2\underline{b}}{4}.$ (5)

20

$AF \parallel AE$ (හෝ A, E, F ඒක රේඛීය වේ) (5)

$CF \parallel CB$ (හෝ C, F, B ඒක රේඛීය වේ) (5)

10

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF}$ (5)

$\therefore \alpha\overrightarrow{AE} = \underline{b} + \beta\overrightarrow{CB}$

$\therefore \alpha\left(\frac{\underline{a} + 2\underline{b}}{4}\right) = \underline{b} + \beta(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$ (5)

$\therefore\ \alpha\underline{a} + 2\alpha\underline{b} = 4\underline{b} + 4\beta(-\underline{b} + \underline{a})$

$\therefore (\alpha - 4\beta)\underline{a} + (2\alpha + 4\beta - 4)\underline{b} = \underline{0}$ (5)

$\underline{a}, \underline{b} \neq 0$ හා $\underline{a} \nparallel \underline{b}$ මගින්,

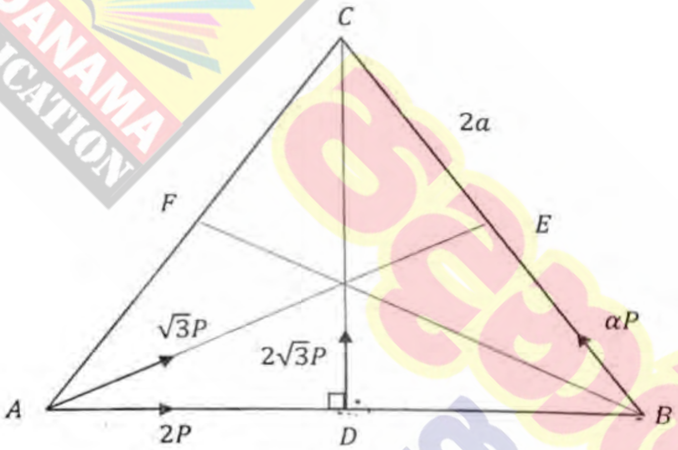
$\alpha - 4\beta = 0$ හෝ $2\alpha + 4\beta - 4 = 0$ ලැබේ.

$\therefore\ \alpha = \frac{4}{3}$ හා $\beta = \frac{1}{3}$

(5) (5)

25

(b)



$\rightarrow X = 2P + \sqrt{3}P\cos\frac{\pi}{6} - \alpha P\cos\frac{\pi}{3}$ (5)

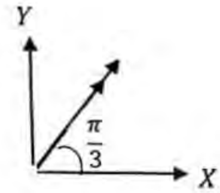
$= 2P + \frac{3P}{2} - \frac{\alpha P}{2}$

$= \frac{1}{2}(7 - \alpha)P$

$\uparrow Y = \sqrt{3}P\sin\frac{\pi}{6} + 2\sqrt{3}P + \alpha P\sin\frac{\pi}{3}$ (5)

$= \frac{\sqrt{3}}{2}P + 2\sqrt{3}P + \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha P$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}(5 + \alpha)P$



$\tan\frac{\pi}{3} = \frac{Y}{X}$ (5)

$\therefore Y = \sqrt{3}X$

$i.e.\ \frac{\sqrt{3}}{2}(5+\alpha)P = \sqrt{3}.\frac{1}{2}(7-\alpha)P$

$\therefore\ \alpha = 1$ (5)

20

හෝ

(10) (5)

$\alpha P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\sqrt{3}P\left(\frac{1}{2}\right) - \sqrt{3}P\left(\frac{1}{2}\right) - 2P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0.$

$\Rightarrow \alpha = 1 + 2 - 2.$

$\Rightarrow \alpha = 1.$

(5)

20

$R = \sqrt{3}P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2P\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sqrt{3}P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + P\left(\frac{1}{2}\right)$ (10)

$= \frac{3P}{2} + \frac{2P}{2} + \frac{6P}{2} + \frac{P}{2}$

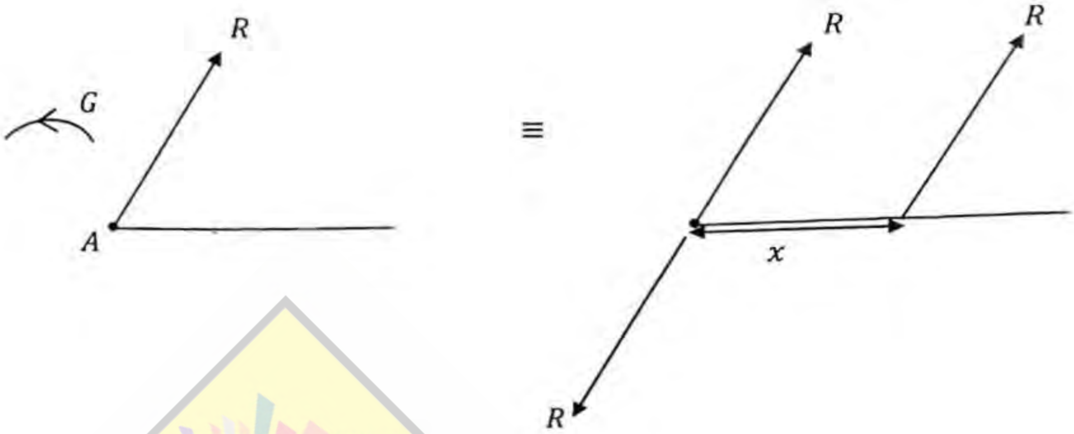
$= 6P.$

(5)

$\overset{\curvearrowleft}{A}\ ;\ G = 2\sqrt{3}P.a + P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right).2a$ (5)

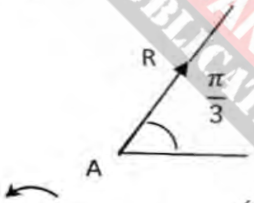
$G = 2\sqrt{3}Pa\left(1 + \frac{1}{2}\right)$

$G = 3\sqrt{3}Pa$ (5)



සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය = $R = 6P$ (5)

දිශාව:

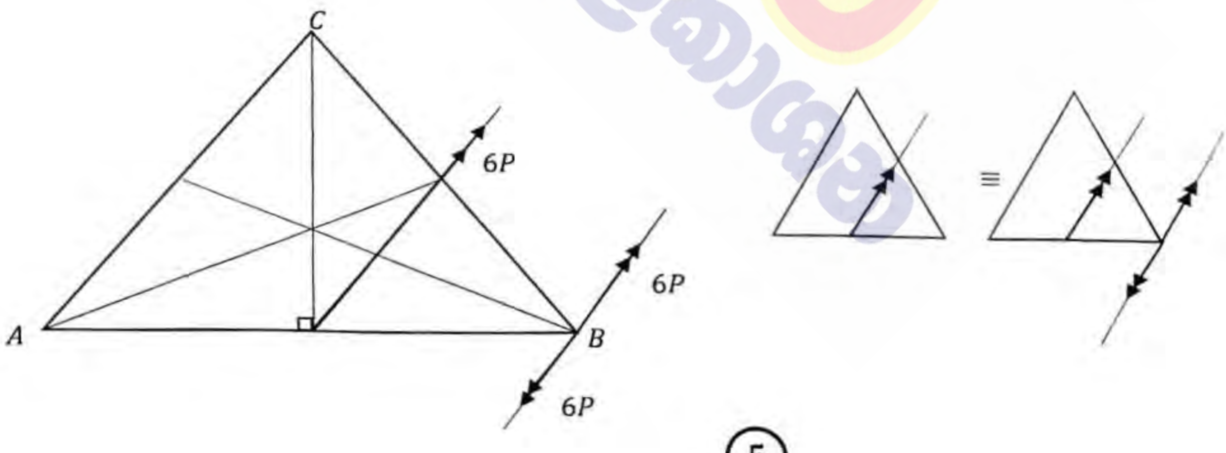


(5)

$A\ ;\ 3\sqrt{3}Pa = 6P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)x$ (5)

$\therefore x = a$ (5)

20



(5)

$\curvearrowleft \; H = 6P.a\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

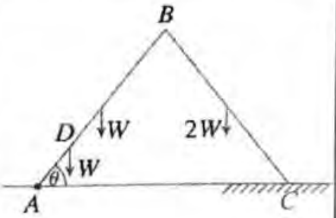
$= 3\sqrt{3}Pa$ (5)

වාමාවර්තව $\curvearrowleft$ (5)

15

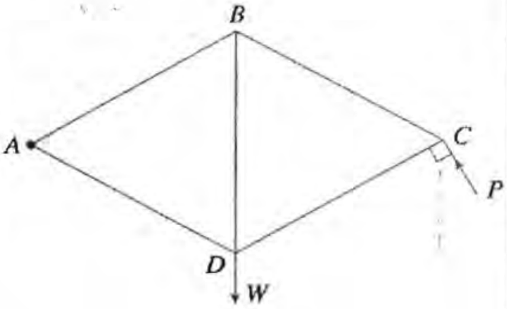
---

15. (*a*) එක එකෙහි දිග $2a$ වන AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B අන්තයේදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා BC දඬුවල බර පිළිවෙළින් W හා $2W$ වේ. A කෙළවර තිරස් ගෙබිමක් මත අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. $AD = \frac{a}{2}$ වන පරිදි AB දණ්ඩ මත වූ D ලක්ෂ්‍යයට බර W වූ අංශුවක් සවි කර ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත්තේ $B\hat{A}C = \theta$ ද BC දණ්ඩේ C කෙළවර ඉහත තිරස් ගෙබිමෙහි රළු කොටසක ද තිබෙන පරිදි ය. BC දණ්ඩ හා ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. $\cot\theta \leq \frac{15}{7}\mu$ බව පෙන්වන්න.



CB මගින් AB මත B සන්ධියෙහි දී ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

(*b*) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල, ඒවායේ අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ සමාන දිගින් යුත් AB, BC, CD, DA හා DB සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. W භාරයක් D සන්ධියෙන් එල්ලා ඇති අතර රාමු සැකිල්ල A හි දී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස සන්ධි කර සිරස් තලයක BD සිරස්ව සමතුලිතව තබා ඇත්තේ එයට C සන්ධියෙහි දී CD දණ්ඩට ලම්බව රූපයෙහි පෙන්වා ඇති දිශාවට යෙදූ P බලයක් මගිනි.

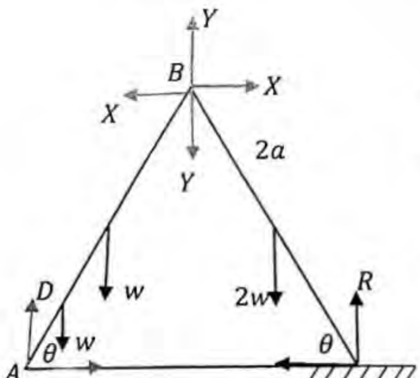


(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් ඒවා සොයන්න.

(a)



පද්ධතිය සඳහා;

$A \circlearrowleft$

$$R.4a\cos\theta - w\left(\frac{a}{2}\cos\theta + a\cos\theta\right) - 2w(2a\cos\theta + a\cos\theta) = 0$$

$$\therefore 4R = \frac{3}{2}w + 6w$$

$$R = \frac{15}{8}w. \quad (5)$$

BC සඳහා;

$$B \circlearrowright \; 2wa\cos\theta + F2a\sin\theta - R.2a\cos\theta = 0 \quad (10)$$

$$\therefore w + F\tan\theta = R$$

$F \tan\theta = \frac{15}{8}w - w$

$\therefore F = \frac{7}{8}w\cot\theta$ (5)

සමතුලිතතාවය සඳහා,

$$\mu \geq \frac{F}{R}$$ (5)

$$\frac{7}{8}w\cot\theta \leq \mu\frac{15}{8}w$$

$$\cot\theta \leq \frac{15}{7}\mu$$ (5)

45

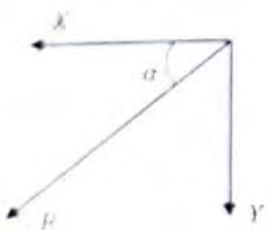
$\leftarrow$ BC $X = F = \frac{7}{8}w\cot\theta$ (5)

$\uparrow R + Y = 2w$ (5)

$$Y = 2w - R$$

$$= 2w - \frac{15}{8}w$$

$$= \frac{w}{8}$$ (5)



$$R^2 = X^2 + Y^2$$

$$= \frac{49}{64}w^2\cot^2\theta + \frac{w^2}{64}$$

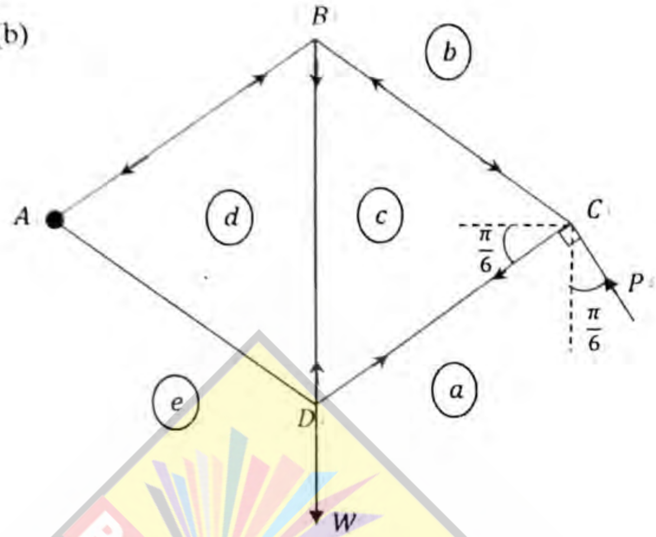
$$R = \frac{w}{8}\sqrt{1 + 49\cot^2\theta}$$ (5)

$$\tan\alpha = \frac{Y}{X} = \frac{w/8}{7w/8\cot\theta} = \frac{\tan\theta}{7}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\tan\theta}{7}\right)$$ (5)

25

(b)

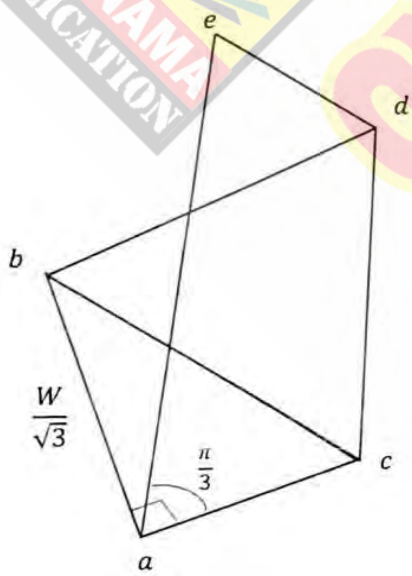


↺ A $P\cos\frac{\pi}{6}.2x - Wx = 0$ (5)

(මෙහි $AC = 2x$)

$\therefore P = \frac{W}{\sqrt{3}}$ (5)

10



(10) + (10) + (10)

සන්ධි එක එකක් සඳහා (10)

30

දණ්ඩ	ආතතිය	තෙරපුම
AB		$\frac{2W}{3}$
BC		$\frac{2W}{3}$
CD	$\frac{W}{3}$	
DA	$\frac{W}{3}$	
BD	$\frac{2W}{3}$	

විශාලත්වයට (5) බැගින්

ආතති/තෙරපුම් (15)

5 ම නිවැරදි නම් (15)
4 ක් පමණක් නිවැරදි නම් (10)
3 ක් පමණක් නිවැරදි නම් (5)

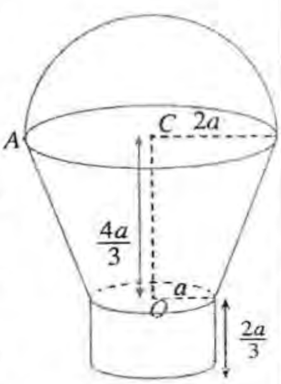
40

16. (i) අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයක හැඩයෙන් යුත් තුනී ඒකාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද,

(ii) උස h වූ ඒකාකාර කුහර සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{3}h$ දුරකින් ද,

පිහිටන බව පෙන්වන්න.

රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, උඩත් හා යටත් වෘත්තාකාර ගැට්වල අරයන් පිළිවෙළින් $2a$ හා a වූ ද උස $\frac{4a}{3}$ වූ ද කුහර සෘජු වෘත්තාකාර කේතු ජින්නකයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කබොලකට, පහත දැක්වෙන කොටස් එක එකක් මෙම කබොල හමුවන ස්ථානවලදී දෘඪ ලෙස සවි කිරීමෙන් බාල්දියක් සාදා ඇත.



- අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර තුනී වෘත්තාකාර තැටියක්,
- අරය a හා උස $\frac{2a}{3}$ වූ කුහර සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කබොලක්,
- අරය $2a$ හා කේන්ද්‍රය C වූ අර්ධ වෘත්තයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කම්බියක්

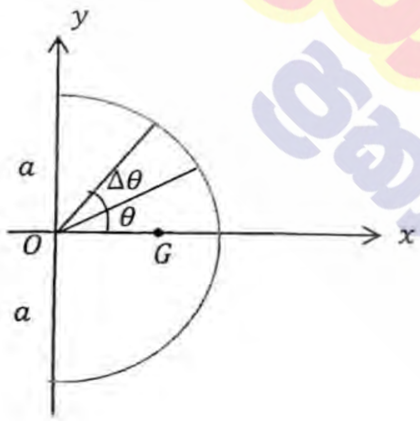
ජින්නකයේ, තැටියේ හා සිලින්ඩරයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ ද කම්බියේ ඒකක දිගක ස්කන්ධය $11a\sigma$ ද වේ.

බාල්දියෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර $(10\pi+27)\frac{a}{9\pi}$ බව පෙන්වන්න.

කම්බිය, ජින්නකයේ උඩත් ගැටිය හමුවන A ලක්ෂ්‍යයෙන් බාල්දිය සිරස් තන්තුවකින් නිදහසේ එල්ලනු ලැබූ විට සමතුලිත පිහිටීමේදී OC යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

(i)

අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බිය



සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G, x අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$\Delta m = a\Delta\theta\rho$, මෙහි ρ යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය වේ.

$OG = \bar{x}$ යැයි ගනිමු.

එවිට

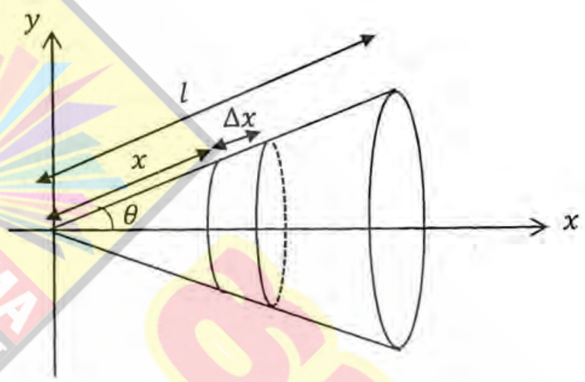
(5) (5)

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho\, a\cos\theta\, d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho\, d\theta} = \frac{a\sin\theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}}{\theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}} = \frac{2a}{\pi}$$ (5)

(5) (5)

30

(ii)



සමමිතියෙන්, ස්කන්ධය කේන්ද්‍රය G , x අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$$h = l\cos\theta$$

$\Delta m = 2\pi(x\sin\theta)\Delta x\sigma$, මෙහි σ යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය වේ.

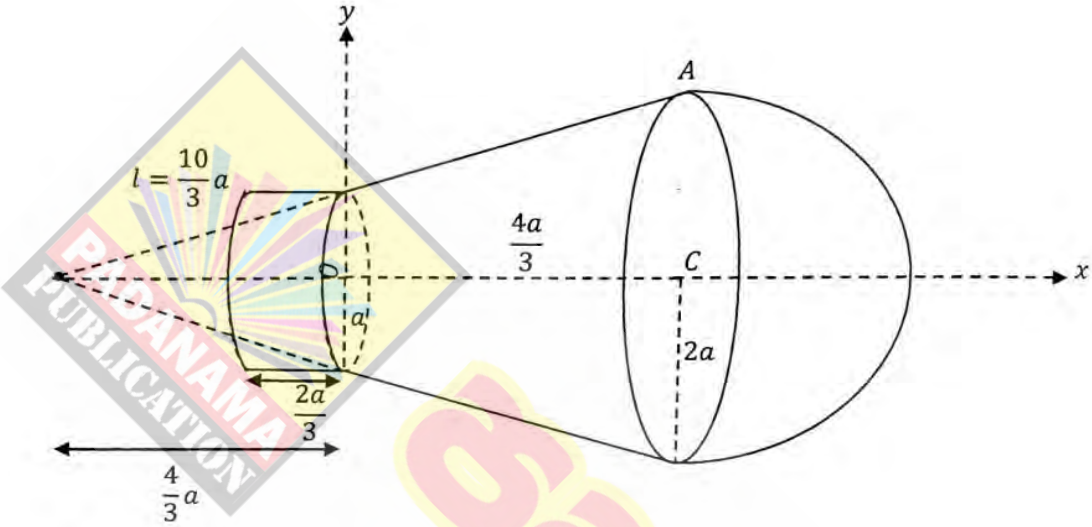
(5) (5)

$$\therefore \bar{x} = \frac{\int_0^l x\cos\theta\, 2\pi\sigma x\sin\theta\, dx}{\int_0^l 2\pi\sigma x\sin\theta\, dx} = \frac{\cos\theta \int_0^l x^2 dx}{\int_0^l x\, dx} = \frac{h/_2 \frac{x^3}{3}\Big|_0^l}{\frac{x^2}{2}\Big|_0^l} = \frac{2h}{3}$$ (5)

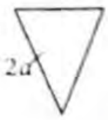
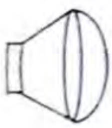
(5) (5)

$\therefore$ අවශ්‍ය දුර $= \dfrac{h}{3}$.

30



y
A
$l = \frac{10}{3}a$
$\frac{4a}{3}$
C
x
O
a
2a
$\frac{2a}{3}$
$\frac{4}{3}a$

වස්තුව	ස්කන්ධය	O සිට දුර (↑)	
	$\pi(2a)(11a\sigma)$ $= 22\pi a^2\sigma$ (5)	$\frac{4}{3}a + 2\frac{(2a)}{\pi} = \frac{4}{3}a + \frac{4a}{\pi}$	(5)
	$\pi(2a)\left(\frac{10}{3}a\right)\sigma$ $= \frac{20}{3}\pi a^2\sigma$ (5)	$\left[\frac{2}{3}\left(\frac{8}{3}a\right) - \frac{4}{3}a\right] = \frac{4}{9}a$	(5)
	$\pi(a)\left(\frac{5}{3}a\right)\sigma$ $= \frac{5}{3}\pi a^2\sigma$ (5)	$-\frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}a\right) = -\frac{4}{9}a$	(5)
	$2\pi a\left(\frac{2}{3}a\right)\sigma$ $= \frac{4}{3}\pi a^2\sigma$ (5)	$-\frac{1}{3}a$	(5)
	$\pi a^2\sigma$	0	(5)
	$22\pi a^2\sigma + \frac{20}{3}\pi a^2\sigma + \frac{5}{3}\pi a^2\sigma$ $+ \pi a^2\sigma$ $+ \frac{4}{3}\pi a^2\sigma$ $= \frac{88}{3}\pi a^2\sigma$ (5)	$\bar{x}$	

සමමිතියෙන් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$$\frac{88}{3}\pi a^2\sigma\bar{x} = 22\pi a^2\sigma\left(\frac{4}{3}a + \frac{4a}{\pi}\right) + \frac{20}{3}\pi a^2\sigma\left(\frac{4}{9}a\right) - \frac{5}{3}\pi a^2\sigma\left(-\frac{4}{9}a\right) + \frac{4}{3}\pi a^2\sigma\left(-\frac{1}{3}a\right)$$

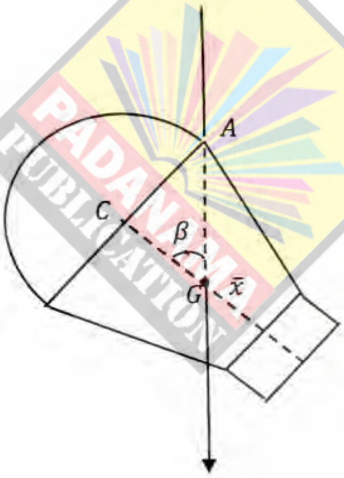
$$\frac{88}{3}\bar{x} = 4a\left(\frac{22}{3} + \frac{22}{\pi} + \underbrace{\frac{20}{27} + \frac{5}{27} - \frac{1}{9}}_{\frac{22}{27}}\right)$$ (15)

$$\frac{88}{3}\bar{x} = 22 \times 4a\left(\frac{10}{27} + \frac{22}{\pi}\right)$$

$$\frac{88}{3}\bar{x} = 88a\left(\frac{(10\pi + 27)}{27\pi}\right)$$

$$\bar{x} = \frac{a}{9\pi}(10\pi + 27) \quad (5)$$

75



(5)

$$\tan\beta = \frac{AC}{CG} = \frac{2a}{\frac{4}{3}a - \bar{x}} \quad (5)$$

$$= \frac{18\pi}{27 - 2\pi} \quad (5)$$

$$\therefore \beta = \tan^{-1}\left(\frac{18\pi}{27 - 2\pi}\right)$$

15

17. (a) A හා B සර්වසම පෙට්ටි එක එකක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම බෝල 10 බැගින් අඩංගු වේ. A පෙට්ටියේ සුදු පාට බෝල 6 ක් ද රතු පාට බෝල 4 ක් ද, B පෙට්ටියේ සුදු පාට බෝල 8 ක් ද රතු පාට බෝල 2 ක් ද අඩංගු වේ. පෙට්ටියක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගෙන, එම පෙට්ටියෙන් එකකට පසු අනෙක ලෙස, ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව සසම්භාවී ලෙස බෝල 3 ක් ඉවතට ගනු ලබයි.

(i) රතු පාට බෝල දෙකක් හා සුදු පාට බෝලයක් ඉවතට ගැනීමේ

(ii) රතු පාට බෝල දෙකක් හා සුදු පාට බෝලයක් ඉවතට ගත් බව දී ඇති විට A පෙට්ටිය තෝරාගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) $\overline{x}$ හා σ_x යනු පිළිවෙළින් $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය යැයි ද $i = 1, 2, \ldots, n$ සඳහා $y_i = \dfrac{x_i - \alpha}{\beta}$ යැයි ද ගනිමු; මෙහි α හා $\beta\ (>0)$ තාත්ත්වික නියත වේ. $\overline{y} = \dfrac{\overline{x} - \alpha}{\beta}$ හා $\sigma_y = \dfrac{\sigma_x}{\beta}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\overline{y}$ හා σ_y යනු පිළිවෙළින් $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය වේ.

සමාගමක සේවකයින් 100 දෙනකුගේ රක්ෂණ සැලැස්මක් සඳහා මාසික වාරික පහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දෙනු ලැබේ.

මාසික වාරිකය (රුපියල්) x	සේවකයින් ගණන
1500 – 3500	30
3500 – 5500	40
5500 – 7500	20
7500 – 9500	10

$y = \dfrac{x - 500}{1000}$ පරිණාමනය භාවිතයෙන්, y හි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ද, $\dfrac{3(\text{මධ්‍යන්‍යය} - \text{මධ්‍යස්ථය})}{\text{සම්මත අපගමනය}}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන y හි කුටිකතා සංගුණකය ද නිමානය කරන්න.

ඒ නයින්, x හි මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා කුටිකතා සංගුණකය නිමානය කරන්න.

(a)

X යනු රතු බෝල දෙකක් හා එක් සුදු බෝලයක් ඉවතට ගැනීමේ සිද්ධිය යැයි ගනිමු.

(i) $P(X) = P(X|A)P(A) + P(X|B)P(B)$ ________ (1) (5)

$P(A) = P(B) = \dfrac{1}{2}$. (5)

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

(5) (5) (5)

$$P(X|A) = \frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{6}{8} + \frac{4}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8} + \frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}$$

$$= \frac{3}{10}. \quad (5)$$

(5) (5) (5)

$$P(X|B) = \frac{2}{10}\times\frac{1}{9}\times\frac{8}{8} + \frac{2}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8} + \frac{8}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{15}. \quad (5)$$

(1) මගින්,

$P(X) = \frac{3}{10}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{15}\times\frac{1}{2} = \frac{11}{60}$ ලැබේ. (5)

55

(ii)

$P(A|X) = \frac{P(X|A)P(A)}{P(X)}$ (5) [හෝ බේස් ප්‍රමේයය]

$$= \frac{\frac{3}{10}\times\frac{1}{2}}{\frac{11}{60}}$$

$$= \frac{9}{11} \quad (5)$$

10

(b)

$$y_i = \frac{x_i - \alpha}{\beta}$$

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$ (5)

$$= \frac{1}{n\beta}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \alpha)$$

$$= \frac{1}{n\beta}\left\{\sum_{i=1}^{n} x_i - n\alpha\right\}$$

$$= \frac{1}{\beta}\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \alpha\right\}$$

$$= \frac{\overline{x} - \alpha}{\beta}$$ (5)

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}{n}$$ (5)

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} - \frac{\overline{x} - \alpha}{\beta}\right)^2$$

$$= \frac{1}{n\beta^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$$

$$= \frac{\sigma_x^2}{\beta^2}$$

$$\therefore \sigma_y = \frac{\sigma_x}{\beta}$$ (5) $(\because \beta > 0)$

20

(5) (5) (5)

පන්ති ප්‍රාන්තර x	f	පන්ති ප්‍රාන්තර y	මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය y	fy	fy^2
1500-3500	30	1-3	2	60	120
3500-5500	40	3-5	4	160	640
5500-7500	20	5-7	6	120	720
7500-9500	10	7-9	8	80	640
				$\sum fy = 420$	$\sum fy^2 = 2120$

(5) (5)

$$\overline{y} = \frac{\sum fy}{\sum f} = \frac{420}{100} = 4.2$$ (5)

(5)

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum fy^2}{\sum f} - \overline{y}^2} = \sqrt{\frac{2120}{100} - 4.2^2}$$

$$= \sqrt{21.2 - 17.64}$$

$$= \sqrt{3.56} \approx 1.887$$

(5)

M_y = y හි මධ්‍යස්ථය = 50 වැනි දත්තය

එවිට

$$M_y = 3 + \frac{(50-30)}{40}(5-3) = 4$$ (5)

$\therefore$ කුටිකතා සංගුණකය $y \approx \dfrac{3(4.2-4)}{\sqrt{3.56}} \approx 0.317$

(5)

50

$\bar{x} = 1000\bar{y} + 500$

$= 1000 \times 4.2 + 500$

$= 4700$ (5)

$\sigma_x = 1000\,\sigma_y$

$\approx 1000 \times 1.887$

$= 1887$ (5)

කුටි කතා සංගුණකය වෙනස් නොවේ..

$S_x = S_y \approx 0.317$ (5)

15

උසස් පෙළ සඳහා ග්‍රන්ථ නාමාවලිය

(අ.පො.ස) උසස් පෙළ
12-13 ශ්‍රේණි - කෙටි සටහන්

සිංහල මාධ්‍ය

විද්‍යා - ගණිත

- [ ] 12 සාමාන්‍ය තොරතුරු තාක්ෂණය
- [ ] 12-13 රසායන විද්‍යාව - 1
- [ ] 12-13 රසායන විද්‍යාව - 2
- [ ] 12-13 රසායන විද්‍යාව - 3
- [ ] 12-13 රසායන විද්‍යාව - 4
- [ ] 12-13 රසායන විද්‍යාව - 5
- [ ] 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 1
- [ ] 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 2
- [ ] 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 3
- [ ] 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 4
- [ ] 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 5
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 1
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 2
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 3
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 4
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 5
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 6 (ක්‍රියාකාරී මානවයා)
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 7 (ක්‍රියාකාරී ශාකය)
- [ ] 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 1
- [ ] 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 2
- [ ] 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 3
- [ ] 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 4

වාණිජ්‍යය

- [ ] 12 ගිණුම්කරණය
- [ ] 13 ගිණුම්කරණය
- [ ] 12 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- [ ] 13 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- [ ] 12 ආර්ථික විද්‍යාව
- [ ] 13 ආර්ථික විද්‍යාව - 1
- [ ] 13 ආර්ථික විද්‍යාව - 2

කලා

- [ ] 12 සිංහල
- [ ] 13 සිංහල
- [ ] 12 දේශපාලන විද්‍යාව
- [ ] 13 දේශපාලන විද්‍යාව
- [ ] 12 ශ්‍රී ලංකා ඉතිහාසය
- [ ] 13 ශ්‍රී ලංකා ඉතිහාසය
- [ ] 12 ඉන්දියානු ඉතිහාසය
- [ ] 13 ඉන්දියානු ඉතිහාසය
- [ ] 12 භූගෝල විද්‍යාව
- [ ] 13 භූගෝල විද්‍යාව
- [ ] 12 බෞද්ධ ශිෂ්ටාචාරය
- [ ] 13 බෞද්ධ ශිෂ්ටාචාරය
- [ ] 12 සන්නිවේදන හා මාධ්‍ය අධ්‍යයනය
- [ ] 13 සන්නිවේදන හා මාධ්‍ය අධ්‍යයනය

Grade 12-13 - Short Notes

English Medium

- [ ] 12 Accounting
- [ ] 13 Accounting
- [ ] 12 Business Studies
- [ ] 13 Business Studies
- [ ] 12 Eeonomics

12-13 ශ්‍රේණි - ප්‍රශ්නෝත්තර

සිංහල මාධ්‍ය

- [ ] සාමාන්‍ය දැනීම
- [ ] 12 ගිණුම්කරණය - 1
- [ ] 12 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- [ ] 12 ආර්ථික විද්‍යාව

සියලු ම ශ්‍රේණි සඳහා කෙටි සටහන් සහ ප්‍රශ්න පත්‍ර පොත් අප සතුව තිබෙන අතර, මෙම ඕනෑම ග්‍රන්ථයක් වට්ටම් සහිත ව ඔබේ නිවසට ම ගෙන්වා ගත හැකි ය.